ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 FÉVRIER 1927.

PRÉSIDENCE DE M. Charles BARROIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

J'ai le regret de faire part à l'Académie du décès de son Associé étranger, **C. D. Walcott**, survenu à Washington le 9 de ce mois.

Né dans l'État de New-York en 1850, près des chutes de la rivière Trenton, Walcott trouva ses plaisirs d'enfance au pied de cette cascade en cherchant les singulières pierres, à formes de coquillages et de trilobites, que les eaux écumantes arrachaient au lit rocheux.

A l'âge de 13 ans, il en avait réuni un nombre assez grand, pour qu'elles eussent fait de lui un géologue, par l'envie qu'elles lui avaient donné de pénétrer leur mystère.

La cascade avait été la première école de Walcott. Elle fut la meilleure. Celles qu'il suivit ensuite le dirigèrent vers les affaires; il y réussit assez bien cependant pour débuter à 19 ans dans une situation d'employé de quincaillerie. Il n'y demeura que 2 ans. Le marteau de quincaillier lui faisait regretter celui du géologue. Une autre tentative commerciale, dans l'Indiana, ne le captiva pas davantage et il revint finalement aux chutes de la Trenton, s'engagea dans une ferme voisine, où pendant 5 ans il demanda au labour de la terre ses moyens d'existence, entouré de livres scientifiques et cherchant à comprendre le secret des fossiles de la cataracte.

C'est là que notre regretté confrère James Hall, le géologue officiel de l'État de New-York, qui s'y connaissait bien en hommes et aimait assez les jeunes pour avoir fondé, près notre Compagnie, un prix à leur intention, découvrit un jour Walcott à l'œuvre et lui offrit de le suivre comme préparateur.

Il remplissait encore ces fonctions le jour où devisant au bord de la Trenton, il me confiait en même temps que ses premières découvertes scientifiques, ses dernières hésitations entre la carrière des affaires et le monde des Trilobites. Heureusement pour nous, il opta pour ce dernier, qui, selon son caractère, le paya beaucoup mieux.

La science, qui l'avait pris enfant, voulait l'homme sans partage, aussi bien l'homme d'affaires qui sommeillait en lui que l'homme d'études qui se révélait; elle le voulait tout entier, parce que sa destinée était de devenir à la fois un grand savant et un grand administrateur.

Il débuta à 26 ans dans l'arène scientifique par la description des trilobites de sa collection. Les êtres de cette classe, répandus dans tous les pays du monde, étudiés sous toutes les latitudes par d'innombrables savants, comme les plus énigmatiques et les plus élevés en organisation des premiers âges, n'étaient connus que par leurs carapaces, débris insuffisants pour un classement rationnel. Walcott fut assez avisé pour reconstituer ses trilobites, au moyen de coupes minces, et pour dévoiler l'existence de leurs pattes, de leurs antennes, de leurs branchies et tout le détail de leur organisation interne. Il lui fut ainsi permis de les classer comme un type primitif différent des crustacés, et représentant une branche distincte d'une souche ancienne, évoluant parallèlement aux autres groupes de cette classe.

Ce premier essai de Walcott, où il apprit à la paléontologie et établit de si élégante façon ce qu'étaient les Trilobites, le rangea d'emblée parmi les paléontologistes en renom.

Appelé à collaborer au service géologique de son pays, il va se livrer pendant des années à l'exploration de régions étendues de l'Utah, du grand Cañon du Colorado, et de la Nevada; elles lui fournirent les éléments d'importantes monographies géologiques, et les fondements de sa réputation.

Sa haute compétence dans la connaissance des faunes les plus anciennes le fit bientôt désigner comme le chef du service paléontologique américain, et tous les fossiles recueillis par les explorateurs lui passent par les mains. Les plus anciens lui paraissent les moins connus, il s'y attache d'une façon spéciale.

Les savants qui recherchent dans les temps géologiques les origines de la vie et ses premières manifestations poursuivent une tâche ardue, dont il serait superflu de louer en cette enceinte la portée et l'intérêt philosophiques. C'est une voie où l'un de nos compatriotes, le regretté Barrande, s'est illustré à son heure, en découvrant en Bohême une *faune* dite par lui *primordiale*, faune reconnue depuis sur toute la terre et où n'étaient repré-

sentés que de rares témoins de quelques ordres inférieurs. Cette faune ancienne à *Paradoxides* fournit les meilleures bases positives de nos dissertations sur l'apparition des premiers êtres jusqu'au jour où une autre faune, plus ancienne, fut signalée dans le Nord de l'Amérique par Walcott, *faune plus primordiale, à Olenellus*, où les trilobites présentent des formes primitives. Il en suivit les gisements en Amérique, depuis l'Arizona jusqu'à Terre-Neuve.

Quand il eut ainsi fixé, par des observations précises, la haute antiquité de cette époque, Walcott fit connaître les caractères de sa faune, et dans une longue série d'études monographiques il sut faire admirer à la fois la richesse inattendue de la vie en ces temps reculés et le talent du pionnier, pénétrant le premier dans ce monde si ancien, parmi des êtres et des familles auparavant ignorés des hommes.

Graduellement Walcott était devenu le savant qui connaissait le mieux les premières formes vivantes apparues sur la terre; nul n'en avait découvert, baptisé, classé un nombre comparable. Il lui était devenu possible d'écrire une histoire de la vie à ses débuts, d'après des documents entièrement originaux. Craignant toutefois que le témoignage de tant de nouveaux gisements américains pût être taxé de partialité, il tint à appuyer ses conclusions par l'étude des formes d'Europe et des Indes, et une mission qu'il dirigea en Chine, à cet effet, lui permit de représenter les plus anciens habitants de cette contrée peu hospitalière.

L'étude de la répartition des êtres dans l'épaisseur du Cambrien, et de leur distribution horizontale dans l'espace lui ouvrit un autre enseignement concernant l'histoire du globe terrestre. Les trois premières faunes connues des savants s'étaient succédé dans un même ordre sur toute la terre mais elles présentaient des caractères propres en deux provinces qu'il put dilimiter. Il établissait ainsi que, dès l'époque cambrienne, avaient coexisté des provinces zoologiques soumises à des conditions physiques et climatériques distinctes. Ces observations fondamentales pour l'histoire du développement de la vie apportaient des données utiles à la connaissance des transformations du globe même, au cours des âges.

En même temps que Walcott servait la science, de si noble façon, l'homme d'affaires qui vivait en lui agissait de son côté et faisait apprécier de telle sorte, des intéressés, les services géologiques, topographiques et hydrologiques, passés sous sa direction, que les pouvoirs publics étaient arrivés progressivement à tripler leur budget annuel, porté à 1700000 $. Les États-Unis mettaient ainsi entre ses mains le plus puissant instrument

qui ait été en aucun temps à la disposition d'un savant, pour travailler au progrès d'une branche de la science où il avait brillé : les Bibliothèques du monde entier durent bientôt suivre le mouvement et multiplier leurs rayons pour classer l'immense production des Services géologiques libéralement mise à leur disposition par le gouvernement américain.

Walcott employait si habilement ses crédits que son pays, voulant lui en donner un témoignage, lui demanda d'abandonner un service qui fonctionnait si bien, pour devenir le conseiller attitré de toutes les branches de l'activité nationale, en quête du mieux-faire.

Secrétaire, puis Président de l'Institut Carnegie, Conseil puis Secrétaire chef du Service exécutif de l'Institution Smithsonienne « créée pour le développement et la diffusion du savoir parmi les hommes », Walcott assume la direction des musées américains nationaux sciences et arts, du bureau des échanges internationaux, de celui d'Ethnologie, du parc Zoologique national, de l'observatoire d'astronomie physique, du catalogue international des publications scientifiques et du laboratoire d'aérodynamique fondé par Langley, son prédécesseur. A ces titres, il organise des laboratoires de géophysique, entretient des observatoires, construit des avions, classe des musées, complète des collections, distribue des livres, remplit des bibliothèques des publications de ses collaborateurs, équipe des missions scientifiques en Amérique, en Chine, en Afrique, telle l'expédition fameuse de Théodore Roosevelt.

Dans le pays des millionnaires, Walcott faisait marcher les millions au service de la science pure.

Ni le poids des responsabilités, ni le souci des honneurs qui lui arrivaient de toutes parts, ne parvenaient cependant à le distraire de sa fidélité aux êtres des temps cambriens.

Aucune des nombreuses explorations organisées par la Smithsonienne, sous son administration, n'eut de résultats comparables à celles qu'il conduisit personnellement dans les montagnes glacées de la Colombie anglaise et de l'Alberta. La rencontre accidentelle, faite par lui, d'un beau fossile cambrien, l'avait décidé à entreprendre l'étude de cette partie peu abordable des Montagnes Rocheuses.

Aidé de ses deux fils, il explora patiemment, couche par couche, les pentes sauvages de ces sommets alpestres. Mme Walcott l'accompagnait dans ses campements. Enfin, après des mois de recherche, il découvrait le gisement du fossile qui l'avait attiré. Il se trouvait dans un lit mince de schiste siliceux fin, de structure si favorable à la fossilisation, que les pétri-

fications s'y présentaient avec la fraîcheur d'animaux morts de la veille, montrant parfois même leurs parties molles encore reconnaissables. Walcott avait réalisé ce rêve paradoxal de trouver les restes les plus frais, ou peu s'en faut, dans les formations les plus anciennes, connues. Pendant plusieurs campagnes il exploita ce gisement, fixant sa place, dans la série cambrienne, entre d'autres lits fossilifères. Les résultats de ces découvertes, faites à Burgess, furent figurés par ses soins en 5 Mémoires différents. Le nombre des formes nouvelles décrites et l'état merveilleux de leur préservation permettaient l'analyse la plus fine et étendaient d'une façon inespérée les connaissances sur les faunes primitives.

Nul n'a contribué plus que lui à dévoiler le développement de la vie à ses débuts, et sa variété dès les temps les plus reculés accessibles à nos investigations.

De Trenton à Burgess, le sillon qu'il avait ouvert près de la cascade était resté droit et profond; à Burgess, où il avait ressuscité tant de morts oubliés, Walcott se dit arrivé dans le Paradis du géologue.

Walcott travaillait dans ce Paradis, quand éclata la grande guerre : elle imposait d'autres devoirs au Président du Comité National de l'Aéronautique. Ses deux fils étaient aviateurs. Sa fille unique se fait infirmière en France. Charles, l'aîné de ses fils, vole au front, fait flotter dans le ciel de Verdun nos trois couleurs, jusqu'au jour où son avion de chasse, fatigué de vaincre, est touché à son tour et tombe, pour ne plus se relever, dans les lignes allemandes. Aux gloires de ses Montagnes Rocheuses, Charles Walcott avait préféré prendre, pour toujours, la garde sur le plateau de Verdun.

Tous les savants doivent de la reconnaissance à Walcott pour l'éminence des services rendus à la science, les savants français lui doivent plus encore.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à Sir **Almroth Wright**, qui assiste à la séance.

MICROBIOLOGIE DU SOL. — *Recherches sur la dégradation de la cellulose dans le sol.* Note [1] de M. **S. Winogradsky**.

En résumant l'état actuel de la question, on peut dire que l'on connaît plusieurs agents microbiens capables de détruire la cellulose, mais qu'on ne

[1] Séance du 21 février 1927.

possède aucune idée précise sur les processus qui dominent dans le sol. On leur a attribué généralement les caractères de ceux qu'on a réussi à isoler et à reproduire expérimentalement. Ainsi, la fermentation anaérobie (dont on a étudié quatre cas) ayant attiré de bonne heure les recherches, c'est vers elle que les idées se sont portées en premier lieu. Pourtant, il est clair que ce phénomène n'est lié qu'à des conditions spéciales qu'on trouve réalisées, par exemple, dans les marais, les tas de fumier, le canal digestif des animaux, mais non à la surface d'une terre saine, où se déposent ou s'enfouissent les matières du squelette végétal.

Un phénomène aérobie s'est imposé ensuite depuis longtemps, provoqué par les champignons, ce qui a rendu probable une activité du même genre au sein du sol, sans toutefois la démontrer.

Bacilles anaérobies d'un côté, champignons de l'autre, si différents qu'ils soient dans leur action, aboutissent, comme on le sait, au même résultat qui est la destruction complète de la cellulose; et ce résultat a conduit à considérer la dégradation de ce corps sous le même point de vue, que celle des corps éminemment fermentescibles, tels que saccharides, peptides et autres, lesquels, minéralisés rapidement dans le sol, n'y laissent aucune matière quelque peu stable, sauf la part de carbone ou d'azote que leur empruntent les microbes. Or des considérations d'ordre général ne permettent pas d'accepter cette conclusion, du moins avant qu'une étude plus étendue de la dégradation *aérobie* de la cellulose ne soit faite.

C'est qu'une lacune subsiste depuis des années dans nos connaissances sur les *bactéries aérobies* comme agents du processus, lacune qu'il a paru difficile de combler. Tantôt, en constatant une action énergique, on ne parvenait pas à isoler les agents (M. v. Itersohn, M. Christensen et autres); tantôt, au contraire, après avoir isolé irréprochablement un nombre d'espèces, on ne retrouvait qu'une action bien douteuse (MM. Kellerman, Mac-Beth et Scales, MM. Löhnis et Lochhead). La raison de ces incertitudes est à chercher dans la méthode de la microbiologie générale, dont le procédé ne tient pas suffisamment compte des caractères spécifiques de la population microbienne du sol.

On doit à MM. Hutchinson et Clayton d'avoir isolé, en 1919, du sol de Rothamsted un premier représentant typique du groupe des bactéries aérobies s'attaquant à la cellulose, et d'avoir démontré sa nature spécifique (1).

---

(1) *On the decomposition of Cellulose by an aerobic organism* (Spirochæta Cytophaga, *n. sp.*) (*The Journal of Agricultural Science*, 9, 1919, p. 143-173).

Mais aucune tentative n'a été faite depuis d'étendre les recherches au groupe entier, en élaborant une méthode générale appropriée au but.

En poursuivant nos études sur le sujet [1], nous avons trouvé le procédé employé pour isoler le microbe des auteurs anglais bien applicable à tous ses congénères : le silico-gel imprégné de sels minéraux, pourvu d'azote sous forme de nitrate, à réaction neutre ($pH = 7,0$), portant étalé sur sa surface, et bien adhérent, un rond de papier à filtrer, devient donc d'un emploi général. On ne saurait remplacer ce rond par une autre matière cellulosique telle que coton, cellulose précipité, hydrocellulose, ou même par du papier réduit en pulpe, sans que le diagnostic des espèces devienne beaucoup plus difficile à établir. La marque du papier à filtrer paraît plus ou moins indifférente.

Pour s'emparer des microbes en question, il n'y a qu'à déposer des grains de terre minuscules sur ce rond ; des zones colorées commencent à se former autour d'eux dès le deuxième-quatrième jour, à 30°; on repique en stries sur de nouveaux ronds, en ayant soin de répéter cette opération aussi souvent et autant de fois qu'il est nécessaire pour que les caractères microscopiques et macroscopiques se fixent et se transmettent sans changements.

On ne saurait trop insister sur l'utilité de partir de plusieurs échantillons de terre, d'origine différente, ce qui permet de juger de la propagation des formes bactériennes qui se présentent sur le milieu électif, soit de leur importance comme agents du sol. On a des chances aussi de trouver de cette manière les meilleures conditions pour le travail d'isolement.

En procédant ainsi, on a réussi à isoler une dizaine de formes bactériennes qu'on pourrait classer provisoirement dans deux groupes assez homogènes.

1. Le groupe *Cytophaga* (Syn. *Spirochœta Cytophaga*, Hutchinson et Clayton). Formes caractéristiques, rappelant des anguillules en miniature, droites ou sinueuses, rarement enroulées en spirale. Toutes possèdent une action éminemment fibrolytiques : le papier se transforme, aussitôt attaqué, en glaire diaphane, dont la teinte, en même temps que la taille des cellules, peut servir au diagnostic. Nous avons observé plusieurs souches produisant des glaires roses, oranges, jaunes d'œuf. Nous en maintenons en culture trois, dont les caractères restent constants.

2. Le groupe des Vibrions. Formes petites, incurvées en croissant, quelques-unes légèrement spiralées. L'action fibrolytique est beaucoup moins prononcée, mais la rapidité avec laquelle ces vibrions s'étendent sur le papier — ce qu'on peut suivre faci-

---

[1] *Sur la décomposition de la cellulose dans le sol* (*Comptes rendus*, 183, 1926, p. 691).

lement d'après la teinte qu'ils lui communiquent, — est prodigieuse. L'action de l'une des cinq souches isolées se révèle par une teinte jaune pâle, qui s'étend de pair avec l'oxydation de la matière fibreuse. Cette action ne va pas loin : gardé à l'étuve sur sa plaque pendant des mois, le rond jauni ne subit pas de destruction. Une autre souche lui ressemble sous ce rapport, tandis qu'il y en a deux qui colorent les fibres en jaune brun en les disloquant par une production abondante de glaire. Enfin, un vibrion isolé, d'une terre de sous-bois transforme le papier entièrement en une couche brune, bombée, diaphane, de la consistance d'une gélatine.

Un trait caractéristique, commun aux deux groupes, mais plus prononcé chez le premier, c'est l'autolyse générale des cellules après l'action, laquelle n'aboutit qu'à un certain degré de modification des fibres, ou plus souvent, à leur transformation en glaire. Aussitôt que les fibres, gonflées, perdent leur structure, les corps des microbes, gonflés aussi, se transforment en des *ombres*, dont les traînées, gardant encore quelque temps les contours des fibres disparues, finissent par disparaître à leur tour, en se dissolvant dans la glaire, sans même laisser de spores, ou stades de conservation, sauf quelques granules qui en assument peut-être la fonction.

Nous signalons encore deux formes bien typiques, un streptocoque et un bâtonnet court et trapu, retrouvées partout, mais dont l'action paraît être moins énergique [1].

Quant aux processus provoqués par tous ces microbes, leurs caractères généraux diffèrent essentiellement de ceux du phénomène anaérobie : aucun dégagement de gaz, aucune production d'acides gras volatils; on constate, au contraire, une alcalinisation du gel silicique par suite de l'absorption intense des ions nitriques. La cellulose est transformée, dans la plupart des cas, en une glaire soluble dans les alcalis dilués.

Il est remarquable que ce produit dispersible est beaucoup plus résistant à l'action microbienne, que le corps insoluble et si résistant aux réactifs chimiques dont il provient. Ainsi la cellulose des fibres ne tarde jamais à subir l'attaque des microbes spécifiques dans le courant de 2-4 jours à 30°; tandis qu'une couche de glaire produite par une culture issue directement du sol, sans aucune épuration préalable, ne montre aucun changement pendant des semaines dans les mêmes conditions.

Ces données sommaires laissent déjà entrevoir toute l'importance du rôle des microbes fibrolytiques dans l'économie du sol, comme *pourvoyeurs de*

---

(1) La morphologie de tous ces organismes sera exposée avec détails dans le Mémoire qui est en préparation.

colloïde organique aux dépens de l'énorme provision, régulièrement renouvelée, de cellulose qui tombe sous leur action.

Sans vouloir identifier les produits de leur activité à la matière organique du sol, dite humique, il n'est pas possible de nier qu'ils possèdent certains caractères saillants, attribués généralement à cette matière : état colloïdal, résistance à l'attaque microbienne, teneur en azote organique comme conséquence directe de l'autolyse, enfin, solubilité dans les alcalis étendus.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Quatre brochures de M. Dimitri Sensaud de Lavaud relatives à *la stabilité* et à *l'adhérence transversale des roues d'une voiture automobile*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème aux limites dans une bande indéfinie*. Note de **A. Weinstein**.

Le mouvement irrotationnel ondulatoire (parallèle à un plan) de la forme la plus générale (embrassant à la fois les ondes périodiques et l'onde solitaire), dans un canal rectiligne à profondeur finie, se réduit par la méthode de M. Levi-Cività en première approximation au problème suivant.

Déterminer toutes les fonctions $U(x, y)$ *harmoniques et régulières dans une bande indéfinie* S, *comprise entre les droites* $y = 0$ *et* $y = 1$ *du plan* (x, y), *qui satisfont aux limites aux conditions suivantes :*

$$(1) \qquad U = 0 \quad \text{pour } y = 0; \qquad\qquad (2) \qquad \frac{dU}{dn} = pU \quad \text{pour } y = 1.$$

$\frac{dU}{dn}$ est la dérivée suivant la normale extérieure et coïncide donc (pour $y = 1$) avec $\frac{\partial U}{\partial y}$. p signifie une grandeur constante mais arbitraire.

J'ai démontré récemment dans les *Comptes rendus de l'Académie des Lincei* (février 1927) que le problème revient à l'étude d'une équation intégrale singulière, qui peut être considérée comme une généralisation remarquable de l'équation singulière, aujourd'hui classique, de M. Picard.

Nous nous proposons dans cette Note de donner l'expression générale de U sous une forme qui nous permettra de reconnaître en particulier les faits suivants :

I. *Notre problème admet des solutions bornées (uniformément dans* S) *seulement pour* $p > 1$. *Ces solutions sont (pour chaque valeur de* $p > 1$) *des fonctions périodiques de* x.

II. *Toute solution du problème, qui tend aux infinis de* S *uniformément en* y *vers zéro, est identiquement nulle.*

(Nous allons suivre la marche de démonstration de M. Bouligand qui considère les solutions $v(x, y, z)$ de $\Delta v + \omega v = 0$, nulles sur la surface d'un cylindre indéfini.)

Considérons la suite des fonctions $\varphi_n(y)$ qui satisfont sur une section quelconque de S, c'est-à-dire sur un segment $0 \leq y \leq 1$, pour un x quelconque à l'équation

$$\frac{d^2\varphi}{dy^2} + \lambda\varphi = 0 \tag{3}$$

(λ étant un paramètre) avec les conditions aux limites

(4) $\varphi = 0$ pour $y = 0$; $\quad \frac{d\varphi}{dy} = p\varphi$ pour $y = 1$. (5)

Supposons d'abord que la constante p donnée soit < 1. On obtient immédiatement pour $0 \leq y \leq 1$ un système complet de fonctions orthogonales $\varphi_n(y)$ en posant

$$\varphi_n(y) = \sin \mu_n y \qquad (n = 1, 2, \ldots), \tag{6}$$

où $\mu_1, \mu_2, \ldots$ sont les racines positives (en nombre infini) de l'équation

$$\mu \cot \mu = p \qquad (\mu^2 = \lambda).$$

Pour $p > 1$ il faut compléter le système (6) par la fonction

$$\varphi_0(y) = e^{\mu_0 y} - e^{-\mu_0 y},$$

μ_0 étant la solution réelle (unique au signe près) de l'équation

$$\mu \coth \mu = p \qquad (\lambda = -\mu^2).$$

Enfin pour $p = 1$, il faut (au lieu de φ_0) adjoindre au système (6) la fonction y.

Ceci posé, le théorème de Hilbert-Schmidt permet d'affirmer que la fonction inconnue $U(x, y)$ (p ayant une valeur donnée quelconque) est

dans toute section $0 \leqq y \leqq 1$ développable en série, uniformément convergente en y, de la forme

$$(7) \qquad U(x, y) = \Sigma c_n(x) \varphi_n(y)$$

avec

$$(8) \qquad c_n(x) = C_n \int_0^1 U(x, y) \varphi_n(y) \, dy.$$

(Les C_n sont des constantes $\neq 1$, le système des φ n'étant pas normalisé.) La sommation doit être étendue à tout le système complet des φ correspondant à la valeur de p donnée.

On peut démontrer facilement, en se servant d'un procédé élégant de M. Bouligand (qui permet d'éviter la dérivation directe des séries), que chaque coefficient c satisfait à l'équation

$$(9) \qquad c''_n(x) - \mu_n c_n(x) = 0 \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Dans les cas $p > 1$, on aura en outre pour c_0 l'équation

$$(10) \qquad c''_0(x) + \mu_0^2 c_0(x) = 0.$$

[Enfin, dans le cas $p = 1$, un des c satisfait à $c''(x') = 0$.]

Nous pouvons donc affirmer que toutes les solutions U de notre problème sont des combinaisons linéaires en nombre fini ou infini de fonctions de la forme

$$\sin \mu_n y . \begin{matrix} e^{\mu_n x} \\ e^{-\mu_n x} \end{matrix} \qquad (n = 1, 2, \ldots),$$

auxquelles peut s'ajouter (dans le cas $p > 1$ seulement) un terme de la forme

$$(e^{\mu_0 y} - e^{-\mu_0 y}) [a \sin(\mu_0 x) + b \cos(\mu_0 x)]$$

[ou bien, pour $p = 1$, un terme de la forme $(ax + b)y$].

Admettons maintenant que $U(x, y)$ reste pour $\lim x = \pm \infty$ uniformément bornée. On voit alors par la formule (8) que chaque $c_n(x)$ reste borné. Ceci démontre [$c_1(x)$, $c_2(x)$, ..., satisfaisant à l'équation (9)] que $c_n(x)$ est $\equiv 0$ pour $n = 1, 2, \ldots$.

Il s'ensuit que la solution U (supposée bornée) se réduit pour $p \leqq 1$ à zéro, tandis que pour $p > 1$ elle est donnée par $c_0(x) \varphi_0(y)$ (multiplié par une constante). Ceci démontre que cette solution, vu l'équation (10), est périodique en x (voir l'énoncé I).

La même méthode conduit facilement à l'énoncé II.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'itération de la fonction exponentielle.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Hadamard.

L'objet de cette Note est de définir une fonction $e_n(x)$, *croissant régulièrement avec n,* et réalisant l'interpolation de l'itération de la fonction exponentielle, c'est-à-dire qu'elle doit vérifier les conditions

(1) $$e_1(x) = e^x,$$

(2) $$e_{p+q}(x) = e_p[e_q(x)].$$

Nous appellerons *logarithme d'itération* de y, et désignerons par

$$\log it\, y = \lambda(y)$$

le nombre n pour lequel $e_n(x) = y$; il dépend naturellement de la *base* x, mais il résulte de (2) qu'en changeant la base on ne fait qu'ajouter une constante à $\lambda(x)$.

Pour définir parfaitement $e_n(x)$, et par suite $\lambda(y)$ (à une constante près), il suffit naturellement de se donner $e_n(x)$, pour une valeur particulière de x, et pour toutes les valeurs de n compris entre 0 et 1; si la fonction ainsi choisie croît d'une manière continue de x à e^x, on en déduit aisément, en tenant compte des formules (1) et (2), la détermination complète de $e_n(x)$; cela revient d'ailleurs au même de raisonner sur $\lambda(y)$ et de se donner des valeurs croissant de $\lambda(x)$ à $\lambda(x) + 1$ quand y croît de x à e^x. Si nous comparons deux déterminations différentes de ces fonctions [soit $e_n(x)$ considéré comme fonction de n, soit la fonction inverse $\lambda(y)$], elles sont égales une infinité de fois. Or une définition des fonctions à croissances régulières, pour être acceptable, doit être telle que deux fonctions à croissance régulière ne puissent pas être égales une infinité de fois, pour des valeurs de la variable indéfiniment croissantes. Parmi les modes de définition de $e_n(x)$ compatibles avec les conditions (1) et (2), il en existe donc un au plus donnant des fonctions $e_n(x)$ et $\lambda(y)$ à croissances régulières. La difficulté est de savoir, comme il s'agit de modes de croissances essentiellement nouveaux, lequel devra être considéré comme régulier.

Considérons deux suites de nombres $a, a_1, \ldots, a_p, \ldots$ et $b, \ldots, b_p, \ldots$ tels que $a_{p+1} = e^{a_p}$, $b_{p+2} = e^{b_p}$. On a évidemment

(3) $$\lambda(b) - \lambda(a) = \lambda(b_1) - \lambda(a_1) = \ldots = \lambda(b_p) - \lambda(a_p) = \ldots,$$

et il est bien naturel, comme on le fait pour des questions analogues, de définir $\lambda(b) - \lambda(a)$ par une formule asymptotique.

On obtient aisément une telle formule en supposant le problème analogue résolu pour la fonction $e^x - 1$. Si nous désignons par $\mu(y)$ le logarithme d'itération relatif à cette fonction, on démontre aisément qu'à chaque détermination possible de $\mu(y)$ on peut faire correspondre une détermination de $\lambda(y)$ définie par la formule

$$(4) \qquad \lambda(b) - \lambda(a) = \lim_{p \to \infty} [\mu(b_p) - \mu(a_p)].$$

Il s'agit donc de définir une fonction $f_n(x)$, croissant régulièrement avec n, et réalisant l'interpolation de l'itération pour $e^x - 1$, c'est-à-dire telle que

$$(5) \qquad f_1(x) = e^x - 1,$$
$$(6) \qquad f_{p+q}(x) = f_p[f_q(x)].$$

Or une telle fonction est parfaitement définie par son développement en série entière

$$(7) \qquad f_n(x) = x + \varphi_1(n)x^2 + \varphi_2(n)x^3 + \ldots,$$

où $\varphi_1(n) = \frac{n}{2}$, $\varphi_2(n) = \frac{3n^2 - n}{12}$, $\varphi_3(n) = \frac{6n^3 - 5n^2 + n}{48}$, et ainsi de suite; il suffit d'ailleurs de connaître l'expression de $\varphi_1(n)$ pour conclure que

$$(8) \qquad \mu(\beta) - \mu(\alpha) = \lim_{p \to -\infty} \frac{2(\beta_p - \alpha_p)}{\alpha_p^2},$$

les α_p et β_p étant définis par les conditions $\alpha_0 = \alpha$, $\beta_0 = \beta$, $\alpha_{p+1} = e^{\alpha_p} - 1$, $\beta_{p+1} = e^{\beta_p} - 1$.

On peut objecter à la théorie qui précède qu'ayant défini $f_n(x)$ par une condition de régularité qui a un sens précis pour x infiniment petit, on admet pour passer de $f_n(x)$ à $e_n(x)$ que cette fonction est encore régulière pour les valeurs de x infiniment grandes. La nature analytique de la fonction $e^x - 1$ fait penser qu'en effet l'interpolation de l'itération peut pour cette fonction être réalisée d'une manière régulière de zéro à l'infini. En tout cas nous pensons que d'avoir pu, parmi les définitions possibles de $e_n(x)$, en distinguer une par une condition qui paraît assez naturelle, est un résultat qui mérite d'être signalé, et qu'au point de vue axiomatique, on peut adopter provisoirement cette définition, le développement de la théorie devant montrer si elle vérifie bien toutes les conditions qu'il est naturel

d'imposer à la notion de fonction à croissance régulière et si elle est seule à vérifier ces conditions.

D'ailleurs, si l'on peut considérer cette fonction comme une fonction régulière de l'indice n, les fonctions $z = e_{n+p}(x)$ et $y = e_n(x)$ sont des fonctions régulières de n, d'où l'on déduit que $z = e_p(y)$ est une fonction régulière de y. La régularité par rapport à l'indice entraîne donc la régularité par rapport à l'argument, et $e_x(x)$ apparaît comme étant aussi une fonction régulière.

Remarquons enfin que le procédé indiqué s'applique sans modification essentielle à n'importe quelle fonction à croissance régulière; je préciserai cette extension dans une autre Note.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les singularités des séries lacunaires.* Note [1] de M. **G. Pòlya**, présentée par M. Hadamard.

M. Mandelbrojt vient de publier des résultats intéressants sur les singularités des séries lacunaires [2]. Je vais généraliser deux de ses théorèmes [3].

1. On dit que les coefficients $a_m, a_{m+1}, a_{m+2}, \ldots, a_{m+l-1}$ de la série

$$f(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots \tag{1}$$

forment une lacune de largeur l si $a_{m+1} = a_{m+2} = \ldots = a_{m+l} = 0$ tandis que $a_m \neq 0$, $a_{m+l+1} \neq 0$. On dit que la série est lacunaire si elle contient des lacunes de largeur arbitrairement grande. Soient $P(z), P_1(z), \ldots, P_k(z)$ des polynomes; si la série (1) est lacunaire, la série représentant

$$P(z)f(z) + P_1(z)f'(z) + P_2(z)f''(z) + \ldots + P_k(z)f^{(k)}(z) \tag{2}$$

l'est également. Donc une série satisfaisant à une équation différentielle linéaire à coefficients rationnels n'est jamais lacunaire. En combinant la simple remarque relative à (2) que je viens d'énoncer avec certaines expressions asymptotiques connues [4] on démontre aisément qu'*une série ne peut pas être lacunaire si ses singularités sur son cercle de convergence sont de*

---

(1) Séance du 14 février 1927.

(2) Voir (aussi pour les indications bibliographiques) la deuxième édition de l'Ouvrage classique de M. Hadamard, *La série de Taylor* (par MM. Hadamard et Mandelbrojt), 1, Chap. VI.

(3) M. Ostrowski vient de généraliser d'autres théorèmes de M. Mandelbrojt (*Jahresbericht d. deutsch. Math. Ver.*, 35, 1926, p. 269-280).

(4) Voir, en particulier, O. Perron, *Sitzungsberichte München*, 1913, p. 355-382.

la même nature que celles d'une intégrale d'une équation linéaire de la classe de Fuchs. Plus précisément :

Si la fonction $f(z)$, représentée par la série (1), *est régulière pour* $|z|<1$ *et n'a que des points singuliers algébrico-logarithmiques sur le cercle* $|z|=1$ *on peut trouver deux entiers non négatifs p et q, un nombre positif a et un nombre réel* α *de manière que*

$$\operatorname{Max}(|a_n|, |a_{n-1}|, |a_{n-2}|, \ldots, |a_{n-p}|) > an^{\alpha-1}(\log n)^q$$

pour n suffisamment grand (¹).

Voici un cas très particulier. Si $\varphi(z)$ est régulière dans un cercle $|z|<R$ où $R>1$, $|z_1|=|z_2|=\ldots=|z_k|=1$ et $s_1, s_2, \ldots, s_k$ sont des constantes quelconques, différentes de 0, — 1, — 2, ..., la série représentant

$$(z-z_1)^{-s_1}(z-z_2)^{-s_2}\ldots(z-z_k)^{-s_k}\varphi(z)$$

n'est pas lacunaire. M. Mandelbrojt, tout en supposant que $s_1, s_2, \ldots, s_k$ sont des fractions rationnelles positives de dénominateur commun $g+1$, n'a pas prouvé que la série en question n'est pas lacunaire (sauf pour $g=0$) mais seulement qu'elle ne contient pas des lacunes très grandes, croissant d'une manière déterminée par g (²).

2. *Admettons que la suite* 0, 1, 2, 3, ... *est partagée en deux suites partielles illimitées, complémentaires l'une de l'autre,* $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$ *et* $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \ldots$ *et que les deux séries*

$$\varphi(z)=a_1z^{\lambda_1}+a_2z^{\lambda_2}+a_3z^{\lambda_3}+\ldots \quad \text{et} \quad \psi(z)=b_1z^{\mu_1}+b_2z^{\mu_2}+b_3z^{\mu_3}+\ldots$$

possèdent le même rayon de convergence égal à 1. *Alors ou bien l'une des deux séries a plus d'un point singulier sur le cercle de convergence ou bien l'autre n'y a aucun pôle.*

Cet énoncé est un peu plus complet qu'un théorème de M. Mandelbrojt qui ne considère que des pôles dont la partie principale se réduit à un seul terme (³).

(¹) On dit que la fonction $f(z)$ a au point z_0 une singularité algébrico-logarithmique, si elle peut être représentée dans un cercle C de centre Z_0 par une somme de termes en nombre limité ayant la forme $(z-z_0)^s[\log(z-z_0)]^q\varphi(z)$, où s est une constante quelconque, q un entier non négatif et $\varphi(z)$ régulière dans C.

La démonstration du théorème énoncé diffère peu de celle que j'ai donnée auparavant (*Journal de Crelle*, 151, 1921, p. 24-26) pour le cas particulier le plus simple, où $f(z)$ est une fonction rationnelle.

(²) Voir *La série de Taylor*, 1, p. 96, et Ostrowski, *loc. cit.*, p. 271.

(³) Voir *La série de Taylor*, 1, p. 99. A la ligne 3, *au lieu de* contenus *lire* non contenus.

Pour le démontrer on n'a qu'à ajouter à la démonstration intéressante de M. Mandelbrojt une remarque simple concernant le théorème de M. Hadamard sur l'opération $H(\varphi, f)$.

Lemme. — *Si la série* $f(z) = B_0 + B_1 z + B_2 z^2 + \ldots$ *représente une fonction qui n'a qu'un point singulier dans tout le plan, à savoir un pôle au point* $z = 1$, *les deux séries*

$$\varphi(z) = A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + \ldots \qquad \textit{et} \qquad H(\varphi, f) = A_0 B_0 + A_1 B_1 z + A_2 B_2 z^2 + \ldots$$

ont les mêmes points singuliers, excepté peut-être pour $z = 0$ *et* $z = \infty$.

On peut supposer, sans nuire à la généralité, que $f(z)$ est régulière et s'annule au point $z = \infty$ et écrire ([1])

$$f(z) = c_0 \frac{1}{1-z} + c_1 z \frac{d}{dz} \frac{1}{1-z} + \ldots + c_p \left(z \frac{d}{dz}\right)^p \frac{1}{1-z},$$

$$H(\varphi, f) = c_0 \varphi(z) + c_1 z \frac{d\varphi(z)}{dz} + \ldots + c_p \left(z \frac{d}{dz}\right)^p \varphi(z).$$

Il est clair que $H(\varphi, f)$ est partout régulière où φ l'est. Inversement, considérons $H(\varphi, f)$ comme donnée; alors $\varphi(z)$ est intégrale particulière d'une équation linéaire à second membre $[= H(\varphi, f)]$ et peut être comme telle exprimée par $H(\varphi, f)$ à l'aide des formules classiques qui rendent le lemme évident. (On peut aussi se servir du théorème d'existence des intégrales.)

Supposons maintenant, par impossible, que $z = 1$ est un pôle pour $\psi(z)$ et l'unique point singulier de $\varphi(z)$ sur le cercle $|z| = 1$. Posons

$$\psi(z) = f(z) - \chi(z),$$

$f(z)$ ayant la nature précisée dans le lemme et $\chi(z)$ étant régulière au point 1. Nous avons, en vertu de l'hypothèse sur les λ_m et les μ_m,

$$H(\varphi, f) = H(\varphi, \chi).$$

Le point 1 est singulier pour le premier membre en vertu du lemme. Il n'est pas singulier pour le membre droit qui, en vertu du théorème en question de M. Hadamard, ne peut avoir d'autres points singuliers sur le cercle $|z| = 1$ que ceux de $\chi(z)$. Cette contradiction démontre le théorème. J'ajoute que l'énoncé que je viens de démontrer reste vrai si l'on y remplace le mot *pôle* par *point algébrico-logarithmique* ou par *point singulier isolé autour duquel la fonction reste uniforme*.

([1]) E. Borel, *Bulletin de la Société mathématique de France*, 26, 1898, p. 242.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe d'équations fonctionnelles.* Note de M. **D. V. Jonesco**, présentée par M. Goursat.

J'ai étudié les problèmes classiques de Darboux-Picard, de Cauchy, de M. Picard et de M. Goursat relativement à l'équation aux dérivées partielles du second ordre à caractéristiques réelles, pour l'équation fonctionnelle

$$(\mathrm{I}) \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = a_1(x,y)\,z_1 + b_1(x,y)\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_1 + c_1(x,y)\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_1 + a_2(x,y)\,z_2 + b_2(x,y)\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_2 + c_2(x,y)\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_2 + f(x,y);$$

où

$$z_h = z(\omega_h, \pi_h); \qquad \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_h = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{\substack{x=\omega_h\\ y=\pi_h}}; \qquad \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_h = \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_{\substack{x=\omega_h\\ y=\pi_h}} \qquad (h=1, 2),$$

$\omega_1(x,y), \ldots, \pi_2(x,y)$ étant des fonctions connues de x et y, et je vais indiquer les résultats que j'ai obtenus. Les fonctions $a_1(x,y), \ldots, c_2(x,y)$, $f(x,y)$, $\omega_1(x,y), \ldots, \pi_2(x,y)$ sont toutes continues.

1. En supposant que dans le rectangle R, défini par les inégalités

$$-d \leq x \leq d, \qquad -d' \leq y \leq d',$$

les fonctions $\omega_1(x,y), \ldots, \pi_2(x,y)$ satisfont aux inégalités

$$|\omega_h(x,y)| \leq |x|, \qquad |\pi_h(x,y)| \leq |y| \quad (h=1, 2),$$

j'ai démontré que l'équation (I) admet une solution régulière, unique, prenant des valeurs données sur les portions des axes Ox, Oy, comprises dans le rectangle R. Cette solution est valable dans tout le rectangle R.

En posant

$$z_h = \varphi_h(x,y), \qquad \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_h = \psi_h(x,y), \qquad \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_h = \theta_h(x,y) \qquad (h=1, 2),$$

on remarque que les fonctions $\varphi_1(x,y), \ldots, \theta_2(x,y)$ sont déterminées par le système d'équations intégrales

$$\varphi_h(x,y) = \sum_{i=1}^{2} \int_0^{\omega_h}\!\!\int_0^{\pi_h} [a_i(s,t)\,\varphi_i(s,t) + b_i(s,t)\,\psi_i(s,t) + c_i(s,t)\,\theta_i(s,t)]\,ds\,dt + \int_0^{\omega_h}\!\!\int_0^{\pi_h} f(s,t)\,ds\,dt,$$

$$\psi_h(x,y) = \sum_{i=1}^{2} \int_0^{\pi_h} [a_i(\omega_h,t)\varphi_i(\omega_h,t) + b_i(\omega_h,t)\psi_i(\omega_h,t) + c_i(\omega_h,t)\theta_i(\omega_h,t)]\,dt + \int_0^{\pi_h} f(\omega_h,t)\,dt,$$

$$\theta_h(x,y) = \sum_{i=1}^{2} \int_0^{\omega_h} [a_i(s,\pi_h)\varphi_i(s,\pi_h) + b_i(s,\pi_h)\psi_i(s,\pi_h) + c_i(s,\pi_h)\theta_i(s,\pi_h)]\,ds + \int_0^{\omega_h} f(s,\pi_h)\,ds$$

$$(h=1, 2).$$

Par la méthode des approximations successives, j'ai démontré l'existence d'une solution continue, unique, de ce système, valable dans tout le rectangle R, et l'on voit alors que les fonctions $\varphi_1(x, y)$, ..., $\theta_2(x, y)$ étant déterminées, l'équation (I) se ramène à un type connu.

2. Considérons une courbe (Γ) passant par l'origine et ayant pour équation $y = \lambda(x)$ ou $x = \mu(y)$, $\lambda(x)$ et $\mu(y)$ étant des fonctions positives et continues. Supposons que, pour $0 \leq x \leq d$ et $0 \leq y \leq d'$, les points (ω_1, π_1) et (ω_2, π_2) sont à l'intérieur du rectangle formé par les axes et les parallèles aux axes menées par le point $M(x, y)$, du même côté de (Γ) que le point M. Alors on démontre que l'équation (I) admet une solution régulière unique correspondant à des conditions de Cauchy relativement à l'arc de courbe (Γ). Cette solution est valable dans la région comprise entre Ox et la courbe (Γ) pour tous les points ayant une abscisse inférieure à $\mu\left(\frac{1}{B}\right)$ et dans la région comprise entre Oy et la courbe (Γ) pour tous les points ayant une ordonnée inférieure à $\lambda\left(\frac{1}{C}\right)$; B et C sont des nombres supérieurs aux valeurs absolues de

$$b_1(x, y) + b_2(x, y) \quad \text{et} \quad c_1(x, y) + c_2(x, y),$$

lorsque x et y sont inférieurs à d et d' respectivement.

3. Par le point $M(x, y)$ menons des parallèles aux axes qui rencontrent la courbe (Γ) aux points N et P. Si l'on suppose que les points de coordonnées (ω_1, π_1) et (ω_2, π_2) se trouvent dans le triangle MNP, l'équation (I) a une solution régulière correspondant aux conditions de Cauchy relativement à l'arc de courbe (Γ), valable dans toute la région où les fonctions $a_1(x, y)$, ..., $c_2(x, y)$, $f(x, y)$ sont continues et où les hypothèses faites sur $\omega_1(x, y)$, ..., $\pi_2(x, y)$ sont valables.

4. En supposant que les fonctions $\omega_1(x, y)$, ..., $\pi_2(x, y)$ satisfont aux conditions du n° 2 ou 3, on démontre l'existence d'une solution régulière de l'équation (I), satisfaisant aux conditions de M. Picard relativement à l'arc de courbe (Γ) et à l'axe Ox. Avec les hypothèses du n° 2 la solution est valable dans la région comprise entre Ox et la courbe (Γ) et peut se prolonger au-dessus de (Γ) en résolvant un problème de Cauchy comme au n° 2.

Avec les hypothèses du n° 3, la solution est valable pour les points de la région comprise entre la courbe (Γ) et l'axe Ox, ayant une abscisse inférieure à $\mu\left(\frac{1}{B + KC}\right)$, où B et C ont la signification du n° 2, et où K est un nombre supérieur aux valeurs absolues de $\mu'(y)$. Cette solution se prolonge

au-dessus de la courbe (Γ) en résolvant un problème de Cauchy comme au n° 3.

Les démonstrations de ces théorèmes se font comme il a été indiqué au n° 1.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration des systèmes en involution d'équations linéaires aux dérivées partielles.* Note de M. **G. Cerf**, présentée par M. Goursat.

M. B. Segre a donné [1] une intéressante transformation d'un système en involution particulier de deux équations linéaires aux dérivées partielles du troisième ordre à deux variables indépendantes en une équation du type de Laplace-Darboux. Je me propose de rattacher ce résultat à une théorie générale et de donner quelques exemples nouveaux.

1. Considérons un système en involution d'ordre q, S, à deux variables indépendantes, qu'il n'est pas nécessaire, pour l'instant, de supposer linéaire; en lui adjoignant une équation E d'ordre minimum convenable, on peut déduire du système total $S+E$, par différentiations, un nouveau système Σ où le nombre des équations d'un certain ordre p est au plus égal à $p+1$, les équations d'ordre $p+1$ étant au nombre de $p+3$, on peut alors déduire de ces dernières une relation que par analogie [2] je désigne par

$$[S, E] = 0. \tag{1}$$

Elle exprime la condition d'intégrabilité de $S+E$ quand le calcul des dérivées d'ordre $p+1$ est possible; quand ce calcul n'est pas possible, on peut [2] déduire de Σ un nouveau système Σ' qui, s'il ne conduit pas à une impossibilité algébrique, ce qui est le cas normal, admet encore (1) comme unique condition d'intégrabilité : lorsque cette condition est vérifiée nous disons que S et E sont conjoints.

2. Nous allons donner des exemples parmi les systèmes linéaires que nous considérerons seuls désormais.

---

(1) *Sur l'intégration d'un certain système d'équations différentielles* (*Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 268).

(2) *Sur les transformations des équations aux dérivées partielles* (*Journ. de Math.*, 7e série, **4**, 1918, p. 309).

(3) *Sur les transformations des équations linéaires aux dérivées partielles* (*Comptes rendus*, **169**, 1919, p. 613).

Le système en involution

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} \beta = ar + bs + cp + dq + ez, \\ \gamma = a's + b't + c'p + d'q + e'z \\ \left(\beta = \dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}, \ldots, r = \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}, a, \ldots, e' \text{ fonctions convenables de } x \text{ et } y\right), \end{array}\right.$$

qui est, avec d'autres notations, le système considéré par M. Segré, admet pour équation conjointe

$$(3)\qquad s = \lambda p + \mu q + \rho z$$

lorsque λ, μ, ρ n'étant assujettis à aucune restriction, elle admet trois solutions distinctes de (2); si $\lambda = a$, $\mu = b'$ il suffit que (3) admette une solution de (2) et si en plus ρ est égal à

$$(b - b')a + c - a^x \quad \text{ou} \quad (a' - a)b' + d' - b'_y,$$

(2) et (3) sont conjoints et admettent soit une seule solution commune $z = 0$, soit une infinité de solutions communes; si ces deux expressions sont égales, (2) admet toutes les solutions de (3).

L'équation (4) $p = \lambda z$ est conjointe à (2) si $2b'_y - a'b' - d' = 0$ et $\lambda = b'$. L'équation (5) $r = \nu s + \lambda p + \mu q + \rho z$ peut être aussi conjointe à (2) de diverses manières : par exemple si elle admet quatre solutions distinctes de (2) qui déterminent aisément les quatre coefficients λ, μ, ρ, ν; ou si, ces coefficients étant déterminés par trois quadratures, la seule solution commune est $z = 0$.

Si l'on considère un système $(2)'$ général de deux équations du troisième ordre en involution, la connaissance de cinq de ses intégrales distinctes permet de déterminer une équation du deuxième ordre qui lui est conjointe. Ce résultat se généralise pour un système quelconque d'ordre 2 mais seulement par des systèmes particuliers d'ordre supérieur à 2.

3. Cela posé, la connaissance d'une équation linéaire (E) conjointe à S permet de transformer le système d'ordre q en une équation linéaire E′ de cet ordre, au plus; il suffit de prendre comme nouvelle inconnue le premier membre de E, le second membre étant réduit à 0.

Les exemples du nº 2 procurent de telles transformations.

On peut dire en particulier que la connaissance d'un nombre suffisant d'intégrales distinctes d'un système d'ordre 2 permet de ramener l'intégration de ce système à celle d'une équation de Laplace.

Pour la détermination des solutions de S qui correspondent à une solu-

tion de (E'), on est ramené à l'application de la méthode de variations des constantes, en général.

Comme système en involution d'ordre 3 auquel s'appliquent les considérations précédentes on peut citer le système composé de deux équations du quatrième ordre :

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial y^2} = a \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} + b \frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} + \ldots,$$
$$\frac{\partial^4 z}{\partial x \partial y^3} = a' \frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} + b' \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} + \ldots.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un complément au théorème de M. Fatou.* Note de M. **Mandelbrojt**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Théorème. — On peut changer une infinité de coefficients d'une série de Taylor arbitraire $\Sigma a_n x^n$ de rayon de convergence égal à un de manière que le cercle de convergence devienne une coupure *et que tous les points sur ce cercle aient le même ordre* ω (*au sens de M. Hadamard*) *égal à l'ordre de la série sur le cercle de convergence*

$$\omega = \overline{\lim} \frac{\mathrm{L}|a_n|}{\mathrm{L}n} + 1.$$

Le théorème de M. Fatou est énoncé dans la partie non soulignée; la partie soulignée forme notre complément.

Pour démontrer ce théorème, il suffit de faire les remarques suivantes :

1° Si $x_0 = e^{i\varphi_0}$ est un point d'ordre $\omega' < \omega$ pour $\Sigma a_n x^n$, alors il existe un φ_1 rationnel tel que $e^{i\varphi_1}$ est un point d'ordre $\omega'' < \omega$.

2° Si x_0 est d'ordre $\omega' < \omega$ pour $\Sigma a_n x^n$ et d'ordre $\omega'' < \omega$ pour $\Sigma b_n x^n$, alors x_0 est d'ordre $\omega''' < \omega$ pour $\Sigma(a_n + b_n)x^n$.

La première remarque résulte du fait que, d'après la définition même de l'ordre en un point, il existe un arc sur lequel la fonction $\Sigma a_n x^n$ est de l'ordre $\omega'' < \omega$.

La seconde remarque que l'on trouve dans le travail de M. Hadamard résulte également de la définition de l'ordre.

3° D'après un théorème de M. Fabry, la série

$$\Sigma C_n X^{\lambda_n} \quad \text{avec} \quad \lambda_{n+1} - \lambda_n > \sqrt{\lambda_n \mathrm{L} \lambda_n}$$

admet tous les points du cercle de convergence comme points singuliers avec le même ordre.

Pour démontrer notre assertion, il suffit d'employer la méthode de Hurwitz ([1]) qui a servi à cet auteur pour démontrer le théorème de M. Fatou, en remplaçant le mot « point régulier » par point d'ordre $\omega' < \omega$ ([2]), et en remplaçant au cours de la démonstration le théorème de Hadamard-Fabry par le théorème 3.

MÉCANIQUE. — *Intégration des équations différentielles du mouvement gyroscopique d'un projectile.* Note de M. **G. Sugot**, transmise par M. Appell.

1. Dans une Note récente ([3]) nous avons établi l'équation différentielle relative à l'*obliquité* δ du projectile dans le mouvement au voisinage de la bouche, et indiqué qu'on pouvait discuter complètement la solution du problème sans avoir besoin d'intégrer cette équation.

Or l'intégration ne présente aucune difficulté, non plus que celle de l'équation qui donne l'*orientation* ψ du *plan de résistance*. On obtient alors explicitement, en fonction du temps, les coordonnées polaires de la courbe que décrit la trace de l'axe du projectile sur un plan perpendiculaire à la tangente.

2. L'équation différentielle qui détermine l'obliquité δ est

$$\frac{\delta'''}{\delta'} + \frac{3\delta''}{\delta} + 4\mathrm{K} = 0 \qquad [\text{équation (7) de la Note précitée}],$$

on en déduit successivement

$$(\delta'' + \mathrm{K}\delta)\delta^3 = \text{const.}\, a \qquad [\text{équation (8) de la Note précitée}],$$

$$\delta'^2 + \mathrm{K}\delta^2 + \frac{a}{\delta^2} = \text{const.}\, b \qquad [\text{équation (8) de la Note précitée}$$

$$\delta^2 = \frac{b}{2\alpha^2} + \left(\delta_0^2 - \frac{b}{2\alpha^2}\right)\cos 2\alpha t + \frac{p_0\delta_0}{\alpha}\sin 2\alpha t,$$

où l'on a posé

$$\alpha^2 = \mathrm{K}, \qquad b = p_0^2 + \delta_0^2\left(2\mathrm{K} + \frac{p_0'}{\delta_0}\right).$$

([1]) Telle par exemple qu'elle est exposée dans Hadamard et Mandelbrojt, *La série de Taylor et son prolongement analytique*, p. 74 (*Scientia*, Paris, Gauthier-Villars, 1926).

([2]) Les remarques 1° et 2° le permettent.

([3]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 186.

3. On a en outre

$$\Psi = \int r\,dt = \frac{A\varpi}{2B}t - \int \rho\,dt,$$

en posant

$$\rho = \frac{A\varpi}{2B} - r = \sqrt{\frac{p'}{\delta} + K}$$

et

$$\int \rho\,dt = \frac{\rho_0 \delta_0^2}{\alpha} \int \frac{dt}{\frac{b}{2\alpha^2} + \left(\delta_0^2 - \frac{b}{2\alpha^2}\right)\cos 2\alpha t + \frac{p_0 \delta_0}{\alpha}\sin 2\alpha t},$$

on en déduit

$$\Psi = \Psi_0 + \frac{A\varpi}{2B}t - \operatorname{arc\,tang}\left[\frac{\rho_0}{\alpha}\,\frac{\operatorname{tang}\alpha t}{1 + \frac{p_0}{\delta_0}\operatorname{tang}\alpha t}\right].$$

4. Parmi les particularités présentées par la courbe étudiée, suivant les valeurs respectives des conditions initiales, on signalera l'existence de boucles comprises entre les deux cercles enveloppes, si ρ_0 est du signe de ϖ, lorsque :

1°
$$\left|\frac{p_0}{\delta_0}\right| > \left|\frac{M}{A\varpi}\right|,$$

2°
$$\left|\frac{p_0}{\delta_0}\right| > \left|\frac{M}{A\varpi}\right|$$

avec r_0 extérieur aux deux valeurs ci-après :

$$r_1 = \frac{M}{A\varpi}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{p_0^2}{\delta_0^2}\frac{A^2\varpi^2}{M^2}}\right],$$

$$r_2 = \frac{M}{A\varpi}\left[1 + \sqrt{1 - \frac{p_0^2}{\delta_0^2}\frac{A^2\varpi^2}{M^2}}\right],$$

et de boucles enveloppant le cercle intérieur si ρ_0 est de signe contraire à ϖ.

L'intégration effectuée permet en outre d'obtenir exactement les obliquités maxima et minima dont le carré a pour expression

$$\frac{\delta_0^2}{2K}\left[\frac{p_0^2}{\delta_0^2} + \frac{p'_0}{\delta_0} + 2K \pm \sqrt{\left(\frac{p_0^2}{\delta_0^2} + \frac{p'_0}{\delta_0}\right)^2 + 4K\frac{p_0^2}{\delta_0}}\right],$$

d'où les valeurs approchées

$$\delta_m^2 = \delta_0^2 \frac{\rho_0^2}{\rho_0^2 + \frac{p_0^2}{\delta_0^2} + K},$$

$$\delta_M^2 = \frac{p_0^2}{K} + \delta_0^2\left[1 + \frac{\rho_0^2}{K}\,\frac{\frac{p_0^2}{\delta_0^2} + \rho_0^2}{\frac{p_0^2}{\delta_0^2} + \rho_0^2 + K}\right].$$

ÉLASTICITÉ. — *Sur une transformation des équations de l'élasticité.* Note (¹) de M. Kolossoff, présentée par M. Mesnager.

On obtient les équations de la théorie de l'élasticité relatives aux corps isotropes en substituant dans les trois équations de l'équilibre

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial T_3}{\partial y} + \frac{\partial T_2}{\partial z} + \rho X = 0, \tag{1}$$

les composantes des forces élastiques

$$N_1 = \lambda\theta + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x}, \qquad T_1 = \mu\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right), \qquad \ldots .$$

Introduisons au lieu de x, y les nouvelles variables $\zeta = x + iy$, $\zeta_1 = x - iy\ (i = \sqrt{-1})$ et remplaçons les équations (1) par deux équations

$$\frac{\partial}{\partial \zeta}(N_1 - N_2 + 2iT_3) + \frac{\partial}{\partial \zeta_1}(N_1 + N_2) + \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \rho\psi = 0, \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} + \frac{\partial \varphi_1}{\partial \zeta_1} = -\frac{\partial N_3}{\partial z} + \rho Z \tag{2}$$

$$(\varphi = T_2 + iT_1,\ \varphi_1 = T_2 - iT_1,\ \psi = X + iY)$$

et les expressions des composantes par quatre équations

$$N_1 - N_2 + 2iT_3 = 4\mu\frac{\partial f}{\partial \zeta_1}, \qquad N_1 + N_2 = 2(\lambda + \mu)\left(\frac{\partial f}{\partial \zeta} + \frac{\partial f_1}{\partial \zeta_1}\right) + 2\lambda\frac{\partial w}{\partial z}, \tag{3}$$

$$\varphi = \mu\frac{\partial f}{\partial z} + 2\mu\frac{\partial w}{\partial \zeta_1}, \qquad \frac{\partial w}{\partial z}(\lambda + 2\mu) = N_3 - \lambda\left(\frac{\partial f}{\partial \zeta} + \frac{\partial f_1}{\partial \zeta_1}\right) \tag{4}$$

$$(f = u + iv,\ f_1 = u - iv).$$

Il s'ensuit

$$N_1 + N_2 = \frac{2\lambda}{\lambda + 2\mu}N_3 + 2\mu\frac{2\mu + 3\lambda}{\lambda + 2\mu}\left(\frac{\partial f}{\partial \zeta} + \frac{\partial f_1}{\partial \zeta_1}\right). \tag{5}$$

1° Examinons d'abord le cas du problème plan. Il reste les trois équations suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial \zeta}(N_1 - N_2 + 2iT_3) + \frac{\partial}{\partial \zeta_1}(N_1 + N_2) + \rho\psi = 0, \qquad N_1 - N_2 + 2iT_3 = 4\mu\frac{\partial f}{\partial \zeta_1},$$

$$N_1 + N_2 = 2(\lambda + \mu)\left(\frac{\partial f}{\partial \zeta} + \frac{\partial f_1}{\partial \zeta_1}\right).$$

En substituant la valeur $N_1 - N_2 + 2iT_3$ de la deuxième équation dans

(¹) Séance du 21 février 1927.

la première et en intégrant par rapport à ζ_1

$$(6) \qquad 4\mu\frac{\partial f}{\partial\zeta} + N_1 + N_2 + \rho\int\psi\, d\zeta_1 = F(\zeta)$$

[où $F(\zeta)$ est une fonction arbitraire de z].

En portant dans cette équation la valeur de $N_1 - N_2$ de la troisième équation, et en changeant i en $-i$, on obtient

$$\frac{\partial f}{\partial\zeta} + \frac{\partial f_1}{\partial\zeta_1} = \frac{1}{4(\lambda+2\mu)}\left[F(\zeta) + F_1(\zeta_1) - \rho\left(\int\psi\, d\zeta + \int\psi_1\, d\zeta_1\right)\right]$$

[l'indice 1 indique que i est changée en $-i$]

et

$$(7) \qquad 4\mu f = -\frac{1}{2}\frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\zeta F_1(\zeta_1) + \frac{\lambda+3\mu}{2(\lambda+2\mu)}\int F(\zeta)\, d\zeta - \frac{\lambda+3\mu}{2(\lambda+2\mu)}\rho\int\int\psi_1\, d\zeta^2 + \Phi_1(\zeta_1),$$

où $\Phi_1(\zeta_1)$ est une fonction arbitraire de ζ_1 (1).

2° *Problème de Saint-Venant.* — Posons $\Psi = Z = 0$, $f = f(z, \zeta)$. Les équations (2) et (5) donnent

$$N_1 - N_2 + 2iT = 0 \qquad (N_1 = N_2 = p,\ T_3 = 0),$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = -2\frac{\partial p}{\partial\zeta_1}, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial\zeta} + \frac{\partial\varphi}{\partial\zeta} = -\frac{\partial N_3}{\partial z}, \qquad N_3 = \frac{(3\lambda+2\mu)\mu}{\lambda}\left(\frac{\partial f}{\partial\zeta} + \frac{\partial f_1}{\partial\zeta_1}\right),$$

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\lambda+\mu}{\lambda}\left(\frac{\partial f}{\partial\zeta} + \frac{\partial f_1}{\partial\zeta_1}\right), \qquad \frac{\partial w}{\partial\zeta_1} = \frac{1}{2\mu}\varphi - \frac{1}{2}\frac{\partial f}{\partial z}.$$

La condition d'intégrabilité des deux dernières équations exige

$$\frac{2}{\mu}\frac{\partial p}{\partial\zeta_1} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{\lambda+\mu}{\lambda}\frac{\partial^2 f_1}{\partial\zeta_1^2}.$$

Pour $p = 0$ (2) (problème de Saint-Venant), il s'ensuit

$$f(z, \zeta) = \zeta^2(\alpha + \beta z) + \zeta(\gamma + \delta z) + 4\frac{\lambda+\mu}{\mu}\int\int(\alpha_1 + \beta_1 z)\, dz^2,$$

où α, β, γ, δ sont des constantes et α_1, β_1, conjuguées avec α, β:

$$w = -\frac{\lambda+\mu}{2}\left[2\zeta\left(\alpha z + \frac{\beta z^2}{2}\right) + 2\zeta_1\left(\alpha_1 z + \frac{\beta_1 z^2}{2}\right) + (\delta + \delta_1)\zeta\zeta_1\right] + w_0,$$

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = 0.$$

---

(1) Dans le cas $\psi = \psi_1 = 0$ on revient aux formules de notre Note de 1925.

(2) Le cas $p \gtrless 0$ sera publié dans un autre Recueil.

3° $\psi = Z = 0$, $\varphi = \frac{\partial \Phi_1(z, \zeta_1)}{\partial \zeta_1}$. La deuxième équation (2) donne $\frac{\partial N_3}{\partial z} = 0$. En appliquant aux équations (2), ..., (5) le procédé du problème plan (1°), on obtient, au lieu de (6), l'équation

$$4\mu \frac{\partial f}{\partial \zeta} + N_1 + N_2 + \frac{\partial \Phi_1(z, \zeta)}{\partial z} = F(\zeta, z),$$

on parvient par des calculs très simples au résultat suivant :

Soient $F_0(\zeta)$, $F_1(\zeta)$, $F_2(\zeta)$, $\Phi_0(\zeta)$, $\Phi_1(\zeta)$, $\mathcal{F}_0(\zeta)$ des fonctions arbitraires de la variable ζ. En posant

$$F(z, \zeta) = z^2 F_2(\zeta) + z F_1(\zeta) + F_0(\zeta),$$

$$\Phi_1(z, \zeta_1) = -\frac{z^3}{3} F_{21}(\zeta_1) - \frac{z^2}{2} F_{11}(\zeta_1) + z\Phi_{11}(\zeta_1) + \Phi_{01}(\zeta_1),$$

nous trouverons la solution suivante

$$N_3 = -\frac{1}{4}\left(\zeta_1 \int F_2(\zeta)\, d\zeta + \zeta \int F_{21}(\zeta_1)\, d\zeta_1\right) + \mathcal{F}_0(\zeta) + \mathcal{F}_{01}(\zeta_1),$$

et l'on obtient pour f et w des expressions très simples.

D'autres applications de ce procédé seront données dans des Mémoires plus étendus. Un cas particulier a été traité par Maurice Lévy (¹).

AÉRONAUTIQUE. — *Sur le vol horizontal d'un avion à grand rayon d'action.* Note de M. **J. Vorobeitchik**, présentée par M. P. Painlevé.

La présente Note a pour but la détermination des conditions optima de vol horizontal d'un avion à grand rayon d'action.

Hypothèses. — On admettra dans cette étude que :

1° Le poids spécifique a de l'air à l'altitude de vol, ainsi que le rendement η des hélices et la consommation totale q d'essence et d'huile par kilogrammètre effectif des moteurs sont constants pendant tout le trajet de l'avion ;

2° La partie de la polaire de l'avion entier, utilisée pendant le trajet, est donnée par la relation

$$C_z = \frac{\pi\lambda}{2}\left(\beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{4 C_{x_0}}{\pi\lambda}}\right), \tag{1}$$

λ étant l'allongement effectif de la voilure, C_{x_0} le coefficient absolu d'ensemble de la

(¹) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 3e série, 3, 1877, p. 250.

résistance de profil de la voilure et des résistances passives de l'avion, β la finesse de l'avion entier définie par le rapport $\frac{C_x}{C_z}$.

Conditions optima de vol horizontal. — Étant donné le chemin total L parcouru par l'avion par rapport à l'air du point A de départ au point B d'arrivée, le temps θ employé par l'avion pour parcourir ce chemin, le poids spécifique a de l'air, ainsi que les caractéristiques de l'avion : son poids total P_0 au point A, sa surface portante S, λ, C_{x_0}, η et q, on voit que la connaissance de la relation que nous appellerons équation caractéristique de vol

$$(2) \qquad \beta = F(x),$$

x étant le chemin parcouru par l'avion par rapport à l'air du point A au point M quelconque du trajet AB, permet de déterminer le poids total Q d'essence et d'huile consommé par les moteurs pendant tout le trajet AB.

Nous dirons que le vol a lieu dans les conditions optima, lorsque ayant fixé les paramètres L, Θ, a, P_0, S, λ, C_{x_0}, η et q, la consommation Q est rendue minimum.

Nous allons rechercher l'équation caractéristique de vol, réalisant les conditions optima, ainsi que l'expression de la consommation minimum Q_m, à laquelle elles conduisent.

Rappelons que l'on a

$$(3) \qquad P = P_0 e^{-\frac{q}{\eta}\int_0^x \beta\, dx} \qquad \text{et} \qquad Q = P_0\left(1 - e^{-\frac{q}{\eta}\int_0^L \beta\, dx}\right), \qquad (4)$$

P étant le poids de l'avion au point M.

D'autre part, en désignant par t le temps employé par l'avion pour parcourir le chemin AM, on trouve

$$(5) \qquad dt = \sqrt{\frac{aSC_z}{2gP}}\, dx,$$

d'où, en vertu de (1) et (3),

$$(6) \qquad \theta = \sqrt{\frac{a\pi\lambda S}{4gP_0}} \int_0^L \sqrt{\beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{4C_{x_0}}{\pi\lambda}}}\, e^{\frac{q}{2\eta}\int_0^x \beta\, dx}\, dx.$$

Posons

$$(7) \qquad y = \frac{q}{2\eta}\int_0^x \beta\, dx, \qquad \text{d'où} \qquad \beta = \frac{2\eta}{q} y'. \qquad (8)$$

En substituant dans (4) et (6), on obtient

$$(9) \qquad Q = P_0\left(1 - e^{-2\int_0^L y'\, dx}\right) \qquad \text{et} \qquad \theta = K_1 \int_0^L \sqrt{y' - \sqrt{y'^2 - K_2^2}}\, e^y\, dx, \qquad (10)$$

où

(11) $$K_1 = \sqrt{\frac{a\pi\lambda S}{2gP_0}\frac{\eta}{q}} \qquad \text{et} \qquad K_2 = \frac{q}{\eta}\sqrt{\frac{C_{x_0}}{\pi\lambda}}.$$ (12)

Le problème se ramène donc à la recherche d'une fonction $y = G(x)$, pour laquelle on a

(13) $$\int_0^L \sqrt{y'\sqrt{y'^2 - K_2^2}}\, e^y\, dx = \frac{\theta}{K_1}$$

et qui fournit uu extremum relatif de l'intégrale $\int_0^L y'\, dx$.

Posons

(14) $$z = \frac{1}{K_2}\left(y' - \sqrt{y'^2 - K_2^2}\right), \qquad \text{d'où} \qquad y' = K_2\frac{z^2 + 1}{2z}.$$ (15)

On trouve d'après le calcul des variations l'équation différentielle

(16) $$dx = -\frac{1}{K_2}\frac{z^2 + 3}{(1 - z^2)(3 - z^2)}dz,$$

d'où

(17) $$x = \frac{1}{K_2}\left[ln\frac{1 + z_0}{1 - z_0} - \frac{\sqrt{3}}{2}ln\frac{\sqrt{3} + z_0}{\sqrt{3} - z_0} - \left(ln\frac{1 + z}{1 - z} - \frac{\sqrt{3}}{2}ln\frac{\sqrt{3} + z}{\sqrt{3} - z}\right)\right]$$

et

(18) $$LK_2 = ln\frac{1 + z_0}{1 - z_0} - \frac{\sqrt{3}}{2}ln\frac{\sqrt{3} + z_0}{\sqrt{3} - z_0} - \left(ln\frac{1 + z_1}{1 - z_1} - \frac{\sqrt{3}}{2}ln\frac{\sqrt{3} + z_1}{\sqrt{3} - z_1}\right),$$

z_0, z et z_1 étant les valeurs de la variable z, correspondant respectivement aux points A, M et B du trajet.

En tenant compte de (13), (15) et (16), on obtient

(19) $$\frac{\theta}{K_1}\sqrt{K_2} = \frac{\sqrt{z_0}(3 - z_0^2)}{1 - z_0^2}\left(\frac{z_0}{3 - z_0^2} - \frac{z_1}{3 - z_1^2}\right).$$

En reprenant maintenant (8) on a, en vertu de (15),

(20) $$\beta = K_2\frac{\eta}{q}\frac{z^2 + 1}{z}.$$

Les relations (17) et (20) constituent la solution du problème étudié ; elles expriment sous forme paramétrique l'équation caractéristique de vol cherchée ; les limites z_0 et z_1 se déterminent en satisfaisant aux relations (18) et (19).

On trouve enfin, d'après (9), (15) et (16),

(21) $$Q_m = P_0\left[1 - \frac{(1 - z_0^2)^2 z_1(3 - z_1^2)^2}{z_0(3 - z_0^2)^2(1 - z_1^2)^2}\right].$$

ACOUSTIQUE. — *Sur la propagation des ondes aériennes dans les grandes canalisations cylindriques souterraines.* Note de M. **J. Thovert**, présentée par M. A. Cotton.

Une belle série d'expériences effectuée par M. Th. Vautier ([1]) dans une canalisation de distribution d'eau de 1^m de diamètre a permis d'observer une concordance remarquable des durées de parcours d'ondes explosives, courtes et de faible amplitude, d'origines diverses. L'approximation obtenue, $\frac{1}{20\,000}$, dans cette concordance, témoigne de la grande valeur technique des enregistrements, mais ne peut pas se reporter sur un calcul de vitesse de propagation par suite d'une circonstance qui affecte probablement toutes les études d'ondes aériennes dans les conduites souterraines. Dans le Mémoire relatant ces expériences, il est en effet signalé que la température différait de $0^\circ,8$ entre le bas et le haut d'une même section droite; le même fait avait été observé avec plus d'ampleur dans la canalisation d'Argenteuil, de 3^m de diamètre où fut exécutée, en 1895 par MM. Violle et Vautier, une intéressante série d'observations.

Ce défaut d'uniformité de la température, accompagné nécessairement d'une variation de l'état hygrométrique, entraîne la non-uniformité de la densité dans le plan d'une section droite. Indépendamment de l'incertitude que ce fait apporte dans la définition d'une densité moyenne de l'atmosphère utilisée, il en résulte aussi une forte anomalie dans la propagation des ondes. En admettant qu'on ait pu organiser, à quelque distance du centre d'explosion, une onde de compression plane normale à l'axe, cette organisation régulière ne peut se maintenir. Le rayon de propagation d'un élément de condensation dans un milieu à densité variable sera courbé, et le manque d'uniformité entraînera progressivement la modification incessante de la constitution interne de l'onde. En ce qui concerne la durée de propagation, l'influence de cette courbure du rayon se traduira par un allongement sensible de l'espace parcouru.

Dans le cas simplifié d'une section rectangulaire et d'un gradient de densité faible et constant sur la direction verticale, une trajectoire de propagation se compose approximativement d'arcs de parabole, rebrous-

---

([1]) *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 1055; *Ann. de Physique*, 10e série, **6**, 1926, p. 311.

sant par réflexion à chaque contact avec la paroi. L'allongement relatif du parcours serait de l'ordre de grandeur de la variation relative de vitesse sur la verticale de la section droite, soit de $\frac{1}{1000}$ pour la différence de température signalée précédemment.

Sans retenir ce cas particulier trop éloigné des conditions réelles des expériences, on peut cependant conclure que, si ces conditions anormales de propagation restent sans influence sur l'uniformité des durées de parcours, on ne peut utiliser celles-ci à un calcul exact de vitesse sur la longueur de l'axe de la conduite. Il semble bien d'ailleurs que les résultats de toutes les expériences dans les canalisations souterraines (Regnault, Violle et Vautier) donnent, pour la vitesse du son, des valeurs inférieures à celles obtenues par les autres méthodes, et correspondent à une évaluation trop élevée du rapport C : c.

L'anomalie qu'on signale ici doit entrer en ligne de compte dans ces écarts systématiques, mais son effet complexe sur la constitution intérieure de l'onde semble enlever toute signification précise à un essai de correction, même grossièrement approchée; il en reste surtout un caractère d'extrême singularité pour les observations faites dans ces conditions sur la propagation des ondes aériennes et leurs modifications apparentes.

PHYSIQUE. — *Sur la télévision. Premiers résultats dans la transmission des images animées.* Note de MM. **Belin** et **Holweck**, présentée par M. L. Lumière.

Le problème général de la télévision consiste à transmettre, après transformation en valeurs électriques correspondantes, les points successifs d'une image analysée en $\frac{1}{16}$ de seconde, suivant une courbe convenable, et à recomposer, à la réception, l'image animée qu'on désire voir en faisant décrire à un point lumineux, dont l'intensité est modulée par les valeurs électriques transmises, exactement la même courbe que celle qui sert à l'analyse, et ceci avec un synchronisme rigoureux.

L'appareil que nous allons décrire est un perfectionnement de celui qui a permis d'obtenir les premiers résultats dans la vision à distance des silhouettes mobiles, et dont le fonctionnement a été montré à quelques savants le 26 juillet dernier.

Dans ce dispositif, nous préférons, au lieu d'analyser l'image d'un objet éclairé en permanence en totalité, déplacer sur l'objet lui-même un spot qui peut être extrêmement intense, tout en ne donnant qu'un éclairage moyen faible. L'éclairage total qui serait nécessaire pour obtenir simultanément, sur tous les points du visage à transmettre, le même éclat que celui donné par notre spot, serait tout à fait insupportable. Ce spot est obtenu en faisant sur l'objet l'image d'un petit diaphragme de $0^{cm},1$ de diamètre, éclairé par le cratère d'un arc Garbarini.

La double sinusoïde d'analyse que nous employons, et qui a été proposée par Rignoux, est obtenue au moyen de deux miroirs oscillants autour d'axes rectangulaires sur lesquels vient se réfléchir le fin pinceau lumineux devant former le spot. L'oscillation des deux miroirs est obtenue au moyen de bielles et de manivelles, les deux axes actionnant les deux miroirs étant liés par une vis tangente dont le rapport de démultiplication définit le nombre de lignes par images. Ces arbres entraînent deux alternateurs transmettant à distance les coordonnées du point lumineux. Les courbes de courant données par ces machines doivent être bien sinusoïdales pour représenter le mouvement du point, car les bielles sont suffisamment longues pour que leur obliquité n'intervienne pas. La mise en phase est assurée par la rotation des stators des alternateurs.

Lorsqu'on désire transmettre la silhouette d'un objet animé, on reçoit le faisceau divergent, issu des miroirs oscillants, sur un grand miroir de projecteur au foyer duquel est placée une cellule photo-électrique et l'on interpose l'objet dans le trajet du faisceau. Pour transmettre l'image en demi-teinte, il suffira de recevoir latéralement la lumière diffusée par l'objet en la concentrant, par un objectif à très grande ouverture relative, sur une cellule photo-électrique.

Le courant produit dans la cellule par la lumière est amplifié par un amplificateur à trois étages du type à liaison par contre-batterie.

La réception est faite au moyen d'un oscillographe cathodique, l'intensité du faisceau mobile d'électrons étant modulée au moyen d'un diaphragme percé d'un trou, porté à un potentiel variable par rapport au filament (¹). L'oscillographe employé est métallique et il est relié à une pompe moléculaire hélicoïdale y entretenant un bon vide. On peut arrêter la pompe pendant plusieurs heures sans voir diffuser le faisceau. La tache cathodique

---

(¹) L'emploi de l'oscillographe cathodique a été proposé antérieurement par Rossing et l'adjonction de la grille de modulation par M. Valensi.

très fine est déviée au moyen du courant des deux alternateurs agissant magnétiquement au travers d'un tube de maillechort de $0^{mm},1$ d'épaisseur dans l'axe duquel passe le faisceau. La tension totale lançant les électrons est de 1000 volts environ.

Pour régler l'ensemble, on commence par supprimer un des mouvements du spot et ne conservant, par exemple, que la coordonnée explorée à grande vitesse, on interpose un objet étroit perpendiculaire au déplacement. L'image sur l'oscillographe est généralement double, une différence de phase existant entre le mouvement du spot lumineux et le mouvement du faisceau cathodique. En faisant tourner le stator de l'alternateur correspondant, on ramène les points sur coïncidence. On fait de même pour l'autre coordonnée.

L'appareil d'étude actuellement construit et dans lequel une image est analysée par 33 lignes nous a permis de transmettre des images animées telles que la silhouette d'une main dans laquelle les mouvements des doigts sont visibles, l'ombre d'un profil humain, etc. On peut aussi transmettre un cliché photographique pourvu qu'il soit suffisamment simple.

OPTIQUE. — *Mesure absolue de l'intensité de la lumière diffusée par le benzène à l'état liquide*. Note de MM. **J. Cabannes** et **P. Daure**, présentée par M. A. Cotton.

La diffusion de la lumière par les gaz a été plusieurs fois mesurée et les résultats sont concordants. Aussi avons-nous pu déterminer l'intensité de la lumière diffusée latéralement par le benzène liquide en la comparant à l'intensité de la lumière diffusée par le chlorure d'éthyle gazeux. L'échantillon de chlorure d'éthyle est celui qu'avait étudié l'un de nous en 1925 (1); il était conservé dans un tube en croix scellé. L'échantillon de benzène a été très soigneusement purifié (2); il donne comme facteur de dépolarisation

(1) P. Daure, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 2032.

(2) Il est facile de débarrasser le benzène de toute particule en suspension, mais il est plus difficile de supprimer la fluorescence. L'échantillon (choisi rigoureusement exempt de thiophène) a d'abord été purifié par distillations fractionnées à la pression atmosphérique, puis introduit dans un récipient formé de deux ampoules de verre A et B qu'on a vidées d'air et fermées à la lampe. On distille plusieurs fois le benzène de B dans A (de manière à nettoyer A), entre la température extérieure et — 80° C., puis on sépare A de B au chalumeau. Le benzène de B est fluorescent; celui de A ne l'est pas.

$\rho = \frac{i}{I} = 0,41$. Les mesures d'intensité ont été faites au soleil, d'abord par observation visuelle, puis par photographie. L'ampoule contenant le benzène était placée dans une cuve rectangulaire assez grande, contenant aussi du benzène, ce qui évitait les réflexions sur le verre de l'ampoule ; deux lentilles auxiliaires, l'une sur le faisceau excitateur, l'autre sur le faisceau diffusé, ramenaient, dans le cas du benzène, la convergence des deux faisceaux à la même valeur que dans le cas du chlorure d'éthyle.

1° *Observations visuelles.* — On a utilisé le dispositif établi par l'un de nous [1] pour étudier le chlorure d'éthyle. Un écran vert limitait le rayonnement incident de part et d'autre de la radiation efficace 5440 Å. Ces mesures ont donné à 15°C.

$$(I + i)_{C^6H^6} = 100(I + i)_{C^2H^5\varphi}.$$

2° *Observations photographiques.* — Le faisceau incident horizontal, filtré par une cuve de quinine, était photographié à travers un polariseur fixe, à section principale verticale (qui laissait passer la vibration I et éteignait la vibration i), puis un analyseur mobile qui réduisait I dans un rapport connu. Ces mesures ont donné

$$I_{C^6H^6} = 81 \times I_{C^2H^5\varphi}, \qquad \text{d'où} \qquad (I + i)_{C^6H^6} = 112(I + i)_{C^2H^5\varphi}.$$

La longueur d'onde efficace était voisine de 4300 Å. En admettant que la diffusion est proportionnelle à $(\mu^2 - 1)^2(\mu^2 + 2)^2\lambda^{-4}$, expression dans laquelle μ désigne l'indice de réfraction du milieu, on passe facilement de la radiation 4300 Å à 5440 Å, et l'on trouve

$$(I + i)_{C^6H^6} = 102(I + i)_{C^2H^5\varphi}.$$

3° *Résultat.* — Le rapport entre l'intensité lumineuse diffusée latéralement par 1^{cm^3} de benzène liquide à 15° C. et l'éclairement produit par le faisceau primaire est

$$R = (10,7 \pm 0,55) \times 10^{-6}\, \text{cm}^{-1} \qquad \text{pour} \qquad \lambda = 5440\, \text{Å}.$$

4° *Discussion théorique.* — La formule d'Einstein corrigée d'anisotropie,

$$R = \frac{\pi^2}{2\lambda^4} \frac{R_1 T}{N} \frac{1}{\beta} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\right)^2 \frac{6(1 + \rho)}{6 - 7\rho}, \tag{1}$$

---

(1) *Loc. cit.*

où $\frac{\partial\varepsilon}{\partial p}$ mesure la variation du carré de l'indice ($\varepsilon = \mu^2$) avec la pression, permet de calculer *a priori* le rapport entre les intensités diffusées par le benzène liquide et le chlorure d'éthyle gazeux. On trouve 121 au lieu de 101. Les liquides diffusent donc moins de lumière que n'indiquent les théories actuelles ([1]). Le coefficient N, égal à $6,5 \times 10^{23}$ dans le cas des gaz, est de $7,8 \times 10^{23}$ dans le cas du benzène, et reste voisin de 8×10^{23} pour tous les liquides étudiés. Tous les essais tentés pendant ces dernières années pour améliorer la théorie (introduction du champ intermoléculaire, effets de la cohésion sur la répartition des molécules, etc.) augmentent la valeur de R ([2]). *Il n'est donc pas possible actuellement de déduire le nombre d'Avogadro de la mesure de la diffusion de la lumière par les liquides.*

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le rendement chimique dans la décomposition du gaz carbonique sous faible pression par l'étincelle condensée.* Note de MM. **Pierre Jolibois, Henri Lefebvre** et **Pierre Montagne**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons étudié dans une Note précédente ([3]) les variations du rendement chimique dans la dissociation d'une masse connue de gaz carbonique en fonction du nombre de calories fournies sans pertes à l'extérieur. A ces

---

([1]) Les mesures relatives, faciles et concordantes, faites sur 66 liquides avec le benzène comme étalon, montrent que notre conclusion s'étend du benzène à tous les liquides.

([2]) Y. Rocard a pensé (*Comptes rendus*, 180, 1925, p. 52) que l'expression exacte de l'intensité diffusée contenait un facteur $f(\mu^2)$ compris entre

$$(\mu^2 - 1)^2 \quad \text{et} \quad (\mu^2 - 1)^2 \left(\frac{\mu^2 + 2}{3}\right)^2.$$

Cette hypothèse rétablirait l'accord entre la théorie et l'expérience. Malheureusement l'étude comparée des divers liquides semble bien conduire au facteur

$$(\mu^2 - 1)^2 \left(\frac{\mu^2 + 2}{3}\right)^2.$$

L'analyse mathématique de Lundblad (*Ann. der Phys.*, 57, 1918, p. 581) montre d'ailleurs que le champ de polarisation ne dépend que de la valeur *locale* de la polarisation, ce qui introduit $\left(\frac{\mu^2 + 2}{3}\right)^2$.

([3]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 323.

résultats, obtenus sans préciser la nature de la source d'énergie, nous allons comparer ceux que nous a fournis l'expérience en utilisant l'étincelle condensée.

1° Lorsque, dans un tube à électrodes de platine contenant du gaz carbonique sous une pression de 1^{mm} à 20^{mm} de mercure, on fait éclater une étincelle condensée, on constate que le potentiel explosif est une grandeur mal déterminée qui varie d'une expérience à l'autre dans des limites assez étendues. Par suite l'énergie de la décharge du condensateur change dans de larges proportions. Le tableau suivant, relatif à des expériences faites avec un tube assez large pour que l'étincelle n'en vienne pas lécher la paroi, montre que le rendement augmente en même temps que le potentiel explosif :

Volume du tube = 114^{cm^3}; pression = $1^{mm},55$; capacité du circuit = 2,26 M.F.

Voltage initial.	Voltage résiduel.	Joules.	Rendement pour 100 de la première étincelle.
1150	240	1,49	14,3
1210	240	1,65	16,0
1560	490	2,59	20,0
1600	500	2,90	29,2

2° Pour augmenter l'énergie fournie à une même masse de gaz, nous avons placé l'une des électrodes au fond d'un tube étroit dont l'autre extrémité s'ouvre au voisinage de la seconde électrode : l'étincelle occupe ainsi une faible fraction du volume total ; le rendement chimique se trouve alors abaissé (pression du gaz : $3^{mm},4$) :

Volume du tube.	Voltage initial.	Joules.	Rendement pour 100.
101^{cm^3} (sans tube intérieur)................	2600	7,5	18
99^{cm^3} (volume imposé à l'étincelle : 11^{cm^3})...	2900	9,5	6

Il en est de même si, par un dispositif convenable (par exemple lorsqu'une portion du circuit extérieur de décharge est parallèle à l'axe du tube et voisine de sa paroi), on oblige l'étincelle à passer contre la paroi intérieure du tube ; elle n'agit alors que sur un petit volume de gaz : nous l'avons vérifié par la photographie.

Volume du tube.	Pression du gaz.	Voltage initial.	Joules.	Rendement pour 100.
140^{cm^3} (circuit extérieur éloigné)......	$3^{mm},4$	2130	5,2	20
157^{cm^3} (une portion du circuit extérieur est parallèle à l'axe du tube et voisine de sa paroi)......................	$3^{mm},4$	2230	5,6	4,3

La forme du tube, de même que la disposition du circuit extérieur, qui font varier et la quantité d'énergie absorbée par la paroi et le volume de gaz traversé par l'étincelle, ont une grande influence sur le rendement chimique ; nous avons constaté que, par contre, la forme de l'électrode dans la région d'où part l'étincelle est sans influence sensible.

3° Si l'on fait décroître la capacité du circuit de décharge, la quantité d'énergie décroît proportionnellement. L'expérience montre que le rendement passe par un maximum : pour les faibles quantités d'énergie, le rendement est fonction croissante de cette dernière; pour les valeurs élevées de l'énergie, c'est l'inverse qui a eu lieu. Pression, $3^{mm},4$; volume du tube (pouvant être presque entièrement occupé par l'étincelle), 111^{cm^3}, potentiel explosif moyen, 1700 volts; voltage résiduel moyen, 500 volts.

Capacité en M. F.	Fraction dissociée.	Rendement pour 100 de la première étincelle.
13,44	0,33	9,56
10,8	0,31	9,82
2,26	0,30	22,5
0,52	0,06	17,8
0,092	0,003	6,24

4° Pour une capacité donnée du circuit, le rendement maximum n'est pas atteint dès la première étincelle. Un tel résultat peut paraître anormal, étant donné que les étincelles suivantes éclatent dans un milieu contenant déjà de l'oxyde de carbone; mais, par contre, au début de l'expérience, le potentiel explosif s'élève notablement d'une étincelle à la suivante, par suite de l'augmentation de pression due à la dissociation du gaz carbonique. Il en résulte une augmentation de rendement qui, comme le montre l'expérience, surpasse d'abord la diminution due aux autres causes. Nous donnons ci-dessous la valeur du maximum du rendement en fonction de la pression.

Capacité en M. F.	Pression initiale en millimètres de mercure.	Rendement maximum pour 100.
2,26	mm 1,550	20
2,26	1,900	18
2,26	3,400	15,8
2,26	8,700	13,3

On voit que le rendement décroît légèrement quand la pression croît.

Tous ces résultats, qui complètent ceux que nous avons publiés dans des Notes antérieures [1], s'accordent avec les conclusions théoriques que nous

(1) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1026 et 1145; **183**, 1926, p. 784.

avions déduites de l'étude de la dissociation thermique du gaz carbonique. Étant donné toutefois que l'énergie de la décharge électrique n'est que partiellement utilisée sous forme d'énergie chimique, les nombres qui traduisent le rendement sont notablement inférieurs à ceux que l'on peut calculer en supposant que l'étincelle produit dans le gaz uniquement un dégagement thermique absorbé quantitativement par ce dernier.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Méthode de synthèse des aldéhydes α bromées.* Note de M. **Albert Kirrmann**, présentée par M. Ch. Moureu.

Les aldéhydes de la série grasse subissent très facilement l'action du brome. L'œnanthol par exemple l'absorbe dès 0° avec décoloration instantanée, échauffement de la masse et sans dégagement d'acide bromhydrique, exactement comme ferait un carbure éthylénique. Cette action ne conduit pourtant pas à des produits facilement isolables. Aussi ne connaît-on guère d'aldéhyde α bromée. Nef (1) a obtenu l'aldéhyde propylique α bromée, qu'il décrit comme bouillant de 42 à 50° sous 60mm. C'est dire que son produit n'était certainement pas très pur. Quant à Étard (2), qui pense avoir obtenu le bromobutanal par action du brome sur l'alcool butylique, il indique comme seule constante le point d'ébullition 235°, qui est certainement beaucoup trop élevé. Franke (3) a tourné la difficulté en opérant sur la forme para des aldéhydes propylique et isobutyrique. Il a bien obtenu la substitution des trimères, mais il ne donne aucune constante des monomères qu'il en a tirés. De même Freundler (4) a bromé la paraldéhyde, mais n'a isolé que l'acétal bromé.

Par des artifices très simples j'ai réussi à obtenir facilement ces corps intéressants. Il suffit de prendre les réactifs sous forme naissante pour ainsi dire, à savoir l'acétal d'une part, le chlorobromure de phosphore de l'autre. L'acétal s'obtient très facilement à partir de l'aldéhyde ou, lorsque celle-ci est peu accessible, comme l'aldéhyde valérique normale, directement par l'action de l'éther de Kay sur les magnésiens. Les éthylacétals permettent d'isoler facilement du bromure d'éthyle à la fin de la réaction, ce qui con-

---

(1) *Ann. Liebig*, 335, 1904, p. 264.
(2) *Comptes rendus,* 114, 1892, p. 754.
(3) *Ann. Liebig*, 351. 1907, p. 423.
(4) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 1, 1907, p. 71.

duit à l'équation suivante :

$$R - CH^2CH(OR')^2 + 2PCl^3Br^2$$
$$\rightarrow R - CHBr - CHO + 2R'Br + HBr + POCl^3 + PCl^3.$$

Les méthylacétals sont entièrement décomposés en général. A la fin de la réaction on retrouve en effet de l'aldéhyde mise en liberté mais non substituée. Les éthylacétals par contre sont assez stables pour qu'on en récupère une partie intacte.

Le rendement dépasse 60 pour 100 pour les méthylacétals des aldéhydes œnanthylique et isovalérique; il est à peine moins bon pour l'éthylacétal amylique normal. Pour les premiers termes des réactions parasites troublent la marche de la réaction. Ainsi dans le cas de l'aldéhyde butylique la substitution peut aller plus loin et conduire à une aldéhyde dibromée.

J'ai en effet isolé un produit qui, d'après les constantes et la teneur en brome, répond à la formule $C^2H^5CBr^2CHO$,

$$\text{Éb}^{17} = 53°; \qquad d^{21} = 1,862; \qquad n^{21} = 1,5098.$$

Réfraction moléculaire : trouvée 36,92; calculée 36,21.

Il donne une combinaison bisulfitique.

La stabilité croissante des acétals à chaîne carbonique courte donne lieu à la formation d'acétals substitués pour les premiers termes.

L'aldéhyde propylique ne m'a donné que des produits d'une purification pénible et incomplète. J'ai isolé, outre l'aldéhyde attendue, son acétal $CH^3CHBrCH(OCH^3)^2$. C'est un corps ne réagissant pas sur le bisulfite, bouillant à 49°-50° sous 16^{mm} et à 151°-152° (corr.) sous 760^{mm}; $d^{20} = 1,360$; $n^{20} = 1,4482$; rèfraction moléculaire 36,05 au lieu de 36,35. Cet acétal avait été obtenu par Wohl (¹).

La méthode de synthèse indiquée est pratiquement applicable à partir de C^4 et donne de bons rendements à partir de C^5. Toutes les aldéhydes obtenues distillent dans le vide sans décomposition. Elles sont parfaitement incolores et ne brunissent que très lentement. Le réactif de Schiff les colore en violet et elles donnent facilement des composés bisulfitiques. Leur odeur est écœurante pour les termes élevés, piquante pour les premiers. En C^3 et C^4 elles sont énergiquement lacrymogènes.

(¹) *Ber. Chem. Ges.*, 41, 1908, p. 3605.

	Ébullition.	Densité.	Indice.	Temp.	Réfraction moléc. trouvée.	Réfraction moléc. calculée.
$CH^3CHBrCHO$	109°–110° sous 760mm	1,592	1,4813	20°	24,50	23,98
	52– 54 » 80	–	–	–	–	–
$C^2H^5CHBrCHO$	33 » 15	1,469	1,4683	20	28,59	28,58
n-$C^3H^7CHBrCHO$ ...	49 » 12	1,368	1,4640	20	33,28	33,18
iso-$C^3H^7CHBrCHO$.	43– 44 » 14	1,353	1,4610	21	33,45	33,18
n-$C^5H^{11}CHBrCHO$.	80 » 11	1,256	1,4652	20	42,51	42,38

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur la formation à l'état instable de deux hydrates de platocyanure de magnésium.* Note de M. **Paul Gaubert**, présentée par M. Fréd. Wallerant.

Les conditions de formation, par cristallisation dans une solution, des quatre hydrates de platocyanure de magnésium, ont été déterminées par G. Tammann et H. Buxhoevden (hydrates à 7, 5, 4 et 2 molécules d'eau de 0° à 100°). En étudiant de nouveau la production et la transformation de ces hydrates, j'ai constaté que deux d'entre eux peuvent apparaître tout à fait en dehors de leur domaine de stabilité.

Ainsi l'évaporation, sur une lame de verre, d'une goutte de solution en voie de refroidissement, au-dessous de 30°, ne donne d'abord que les cristaux rouges à $7H^2O$, se formant surtout sur les bords. Ils se présentent en baguettes plus ou moins allongées suivant l'axe vertical *c* (cristaux quadratiques optiquement positifs). Ensuite, vers le milieu de la goutte, surtout si la cristallisation est rapide, par suite de la sursaturation produite par le refroidissement et la faiblesse de la diffusion, il se forme des cristaux bacillaires, incolores, devenant rouges en quelques secondes, mais parfois au bout de plusieurs minutes seulement. Ils ressemblent alors aux cristaux rouges déposés en premier lieu.

L'examen optique de ces cristaux montre que l'extinction a lieu suivant leur longueur, que c'est le petit indice de réfraction qui coïncide avec l'axe d'allongement et que la biréfringence est beaucoup plus faible que celle des cristaux à $7H^2O$. Ils possèdent par conséquent les propriétés optiques de ceux de l'hydrate incolore à $2H^2O$, obtenu par l'évaporation d'une solution alcoolique et aussi celle de lamelles carrées perpendiculaires à un axe optique négatif, produites par la déshydratation des autres hydrates vers 100° dans un liquide inerte, comme la naphtaline monobromée. Par

conséquent, c'est bien l'hydrate à $2 H^2O$ qui s'est formé, bien que dans une solution, il ne se dépose qu'au-dessus de 87° environ, et non une modification polymorphique de l'hydrate à $7 H^2O$.

Les cristaux incolores rougissant peu à peu, il semble, à première vue, que l'eau pénètre graduellement dans le réseau de l'hydrate incolore et qu'il doit exister tous les types intermédiaires entre les composés à $2H^2O$ et $7H^2O$.

L'examen microscopique montre qu'il n'en est rien. Sur le cristal incolore, il se produit de très petits bâtonnets rouges, à arêtes rectilignes, dont les propriétés sont celles des cristaux rouges. En s'accroissant, ils arrivent à se toucher et finalement la baguette primitivement incolore est constituée par l'hydrate à $7H^2O$, ayant par conséquent la même orientation que le cristal à $2H^2O$. Le cristal, d'abord optiquement négatif, est devenu positif en même temps que sa biréfringence a fortement augmenté. Le même cristal déshydraté sur SO^4H^2, ne conservant que $2H^2O$, redevient négatif et de nouveau positif s'il est replacé dans l'air humide.

La formation à la température ordinaire de l'hydrate à $2H^2O$ explique la discordance des résultats, obtenus par les divers observateurs (Tammann et Buxhoevden, Weselsky, Schaffarick, etc.), relatifs à la quantité d'eau contenue dans l'hydrate rouge. Elle permet aussi de supposer que c'est à l'existence unique de cet hydrate à $2H^2O$ dans la solution de platocyanure, qu'il faut attribuer le manque de coloration de cette dernière, puisque tous les autres hydrates et même le sel anhydre ont une couleur particulière.

La production anomale de l'hydrate à $7H^2O$, à une température bien supérieure à celle à laquelle il est stable (45°), est encore plus singulière que celle de l'hydrate à $2H^2O$ à cause des conditions particulières de sa formation.

L'évaporation d'une solution de 60 à 100° sur une lame de verre donne des cristaux à $2H^2O$ (au-dessus de 87°) ou à $4H^2O$. Quelques secondes après la formation du dépôt, dont la température est à ce moment, à cause de la minceur de ce dernier, celle de la lame de verre, apparaît sur la couche de cristaux déposés comme un voile rouge disparaissant presque aussitôt (en moins d'une seconde, si la plaque est chauffée au-dessus de 100° et en 3 ou 4 secondes à 70°). Suivant la température, il se reforme les hydrates à $2H^2O$ ou $4H^2O$. Un petit jet de gaz comprimé et à la température ordinaire, dirigé sur le dépôt, favorise la formation de ce voile rouge et prolonge sa durée, ce qui permet de voir au microscope qu'il s'agit de la production éphémère de l'hydrate rouge à $7H^2O$. Le voile ne se produit

qu'une fois. Un jet de vapeur chaude sur la couche décolorée n'a aucune influence pour une nouvelle hydratation. Par conséquent les hydrates à 2 et $4H^2O$ n'ont une affinité particulière pour l'eau qu'un moment après leur formation. A cause de la température élevée à laquelle se fait l'hydratation, la tension de vapeur contenue dans l'air est très faible, aussi l'eau nécessaire ne doit pas provenir de ce dernier. Je crois plutôt qu'il s'agit de celle qui a été adsorbée, pendant leur formation rapide, par les cristaux des deux hydrates à 2 et $4H^2O$, eau qui, avant de se dégager définitivement, contribue à former l'hydrate rouge à $7H^2O$. Cette idée est appuyée par le fait (1) que les cristaux de platocyanure de magnésium à 2 et $4H^2O$ peuvent probablement adsorber, dans certaines conditions, de l'eau provenant de la déshydratation de l'hydrate à $7H^2O$ et la céder de nouveau pour la formation de ce dernier.

GÉOLOGIE. — *Que la variation des longitudes peut être attribuée à une autre cause que la dérive des continents.* Note (2) de M. **Ch. Gorceix**, transmise par M. Pierre Termier.

La fixité des coordonnées géographiques d'un lieu, dans la géographie actuelle, n'a été mise en doute que depuis quelques années, à la suite de l'énoncé de l'hypothèse de Wegener. Mais les géologues savent depuis longtemps, par les plissements et les charriages, que ces coordonnées ont dû varier beaucoup au cours des âges géologiques. Pour concevoir cette possibilité, point n'est besoin de supposer l'écorce terrestre comme formée d'une série d'îlots séparés par un milieu différent. Il est plus vraisemblable de la considérer comme un ensemble continu, d'épaisseur variable, plus faible sous les océans, pouvant glisser sur le même milieu visqueux qui, dans la précédente hypothèse, sépare les îlots, mais dans des limites restreintes, et non d'une façon continue et dans une direction unique.

En certains points du globe, ces mouvements ont encore lieu et il est probable que le Groenland est dans ce cas, puisqu'une variation dans sa longitude aurait été constatée au cours du dernier siècle, variation encore douteuse en raison de l'inexactitude de la méthode employée jusqu'à

(1) P. Gaubert, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 383.

(2) Séance du 21 février 1927.

l'invention de la T. S. F. Elle serait au maximum de 30^m par an et le continent se dirigerait vers l'Ouest.

Nous allons montrer qu'une simple diminution du rayon polaire (ou en sens inverse une augmentation) peut produire le même effet sans que la variation de l'aplatissement soit sensible à nos observations, même très espacées dans le temps.

Dans une Note précédente ([1]) j'ai montré que la forme de la Terre était celle d'un ovoïde, le gros bout au pôle boréal, et dans d'autres travaux j'ai indiqué la cause de cette forme et l'influence de ses variations sur l'origine des grands reliefs terrestres.

Supposons que la cause qui a produit cette forme existe toujours, même, si l'on veut, avec une réduction dans son intensité, l'aplatissement augmentera, par exemple. Il en résultera une variation dans la longueur du parallèle très difficile à en déduire par le calcul, sinon impossible; néanmoins des calculs approchés montrent que le rapport des deux variations augmente lorsque la station considérée se rapproche du pôle, de sorte que le Groenland se trouve dans une situation favorable pour la constatation du phénomène, s'il existe.

La variation dans la longueur du parallèle entraîne des plissements ou des étirements qui évidemment produisent dans les longitudes relatives des changements du même ordre de grandeur pour certaines régions, celles qui sont séparées par ces accidents.

Donc la constatation de variations dans les longitudes de certains points n'implique pas forcément une dérive du continent où on les constate; elle prouve tout aussi bien une variation dans l'aplatissement du géoïde considéré comme ayant une croûte continue. Il est même probable que la multiplicité des observations répétées sur une longue période ne puisse donner un meilleur résultat.

([1]) Ch. Gorceix, *Constatation métrique de la forme ovoïde de la Terre* (*Comptes rendus*, 180, 1925, p. 152).

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Sur la périodicité des situations magnétiques troublées observées au Parc Saint-Maur et au Val-Joyeux.* Note [1] de M. C.-E. **Brazier**, présentée par M. Daniel Berthelot.

En 1912-1913, Chree [2] a étudié, par un procédé purement statistique, la loi de récurrence des orages magnétiques. Il a choisi pour chaque mois d'une période de 11 années les 5 jours les plus troublées et, en comparant leurs caractères magnétiques à ceux des 3 jours précédents et des 35 jours suivants, il a montré que les perturbations magnétiques avaient tendance à se reproduire à 27 jours d'intervalle. Cet intervalle est sensiblement égal à la durée de la rotation synodique des taches solaires ($27^j,275$, d'après Carrington). Si l'on représente par R cette durée, les situations magnétiques troublées se reproduiraient donc à des intervalles sensiblement égaux à des multiples entiers de R.

Au cours de l'année 1926 M. H. Deslandres [3], en comparant les inscriptions des magnétographes avec les observations de taches solaires, a trouvé une loi de périodicité plus complexe. D'après lui certains orages magnétiques, généralement les plus importants, sont séparés par des intervalles multiples de R/6; d'autres, moins forts, occupent le milieu des intervalles précédents et correspondent aux multiples de R/12; enfin, une troisième série de perturbations encore plus faibles et reliées aux multiples de R/24 vient s'intercaler vers le milieu des intervalles des deux premières.

J'avais moi-même, en 1923, entrepris sur cette question une étude que les circonstances m'ont obligé d'abandonner provisoirement. Quoique le travail ne soit achevé que pour 36 années d'observations faites au Parc Saint-Maur et au Val-Joyeux, de 1883 à 1918, j'espère que les résultats, à cause du procédé impartial que j'ai employé pour les obtenir, ne paraîtront pas complètement dépourvus d'intérêt.

Partant de l'idée qu'en l'absence d'une définition précise des orages magnétiques, et dans l'état actuel de nos connaissances sur le mécanisme de leur production, aucune perturbation ne doit être éliminée *a priori*, j'ai cherché à déterminer la périodicité des situations magnétiques perturbées

---

(1) Séance du 14 février 1927.

(2) *Phil. Trans.*, A, **212**, 1912, p. 75, et **213**, 1913, p. 245; *Nature*, **118**, 1926, p. 335.

(3) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 296, 669, 733, 1031; **183**, 1926, p. 165, 493, 1313.

en utilisant un procédé purement statistique complètement différent de celui de Chree, mais également indépendant de toute hypothèse concernant la cause des perturbations et leurs relations avec les phénomènes cosmiques. Afin d'éviter toute définition arbitraire de l'époque à laquelle doivent être rapportées les perturbations, époque qu'il est parfois difficile de fixer d'une manière précise, j'ai préféré étudier la distribution dans le temps, non des orages magnétiques, mais des journées perturbées en admettant comme telles toutes celles où l'on a noté une perturbation sans distinction de degré ni de durée.

Si une certaine loi de périodicité préside à la répartition des journées perturbées, cette loi doit se traduire par la tendance que manifestent les intervalles qui les séparent à se grouper autour de certaines valeurs déterminées. Mais il est évident que l'on ne doit pas se borner à étudier les intervalles existant entre chaque journée perturbée et celle qui la suit immédiatement, car, si certaines journées peuvent être la réplique de journées perturbées précédentes, d'autres, en nombre variable et peut-être absolument indépendantes, peuvent venir s'intercaler entre la journée initiale et ses répliques.

J'ai donc déterminé la fréquence des intervalles de diverses durées séparant les journées perturbées dans le cas où ces intervalles comprenaient 0, 1, 2,... jusqu'à 10 journées elles-mêmes perturbées et je n'ai fait entrer en ligne de compte que les intervalles dont la durée était au plus égale à 100 jours.

Les résultats sont les suivants :

I. Si l'on fait abstraction des intervalles dont la valeur est au plus égale à 3 jours et dont la fréquence très élevée peut résulter en grande partie de la durée des situations magnétiques troublées — certaines d'entre elles se prolongeant parfois, quoique très rarement, une semaine entière — les maxima de fréquence qui se détachent nettement sont, par ordre de durée : 13 jours ; 26, 27, 28 jours ; 52, 53 jours ; 74, 75 jours ; 81 jours.

II. Si l'on se borne à considérer les intervalles comprenant au plus 5 journées perturbées, les maxima les plus nets sont, toujours par ordre de durée : 12, 13 jours ; 26, 27, 28 jours ; 40, 41 jours ; 48 jours ; 52, 53, 54, 55 jours ; 74, 75, 76 jours ; 81 jours.

Ces résultats tendraient donc à montrer que les journées où il y a des perturbations magnétiques, auraient une tendance à se succéder à des intervalles dont la durée approchée serait égale à l'un des nombres que l'on obtient en multipliant par un facteur fractionnaire simple, compris entre 0,5 et 3, la période de rotation synodique des taches solaires.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La substance azotée, chez une plante ligneuse, au cours d'une année de végétation.* Note de M. **R. Combes**, présentée par M. M. Molliard.

J'ai antérieurement insisté sur l'intérêt qu'il y a, pour l'étude de certaines questions de physiologie végétale, à déterminer, dans les dosages effectués sur les tissus des plantes, les quantités absolues des substances recherchées, en les rapportant à un nombre déterminé d'organes ou d'individus, et à analyser les plantes dans leur totalité de façon à pouvoir faire le bilan des substances considérées pour les divers organes à chacun des stades de la végétation.

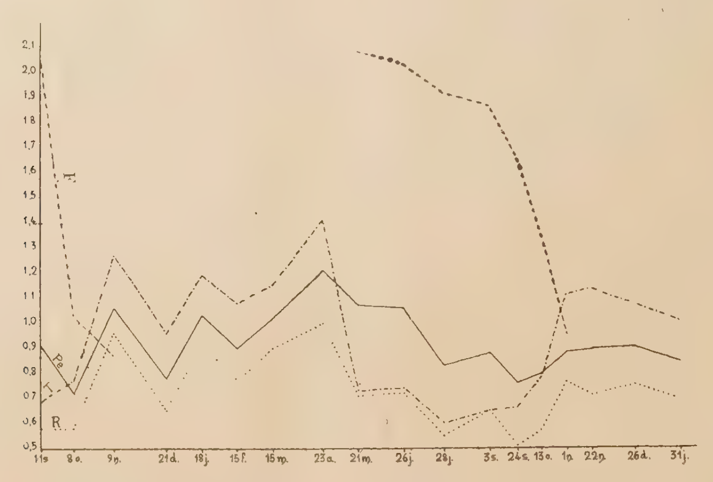
L'étude des variations quantitatives éprouvées par les substances azotées des différents organes du Chêne et du Hêtre au cours du jaunissement automnal, effectuée en tenant compte de ces directives, m'a conduit à mettre en évidence un certain nombre de faits relatifs aux migrations que subissent ces substances en automne. J'ai poursuivi mes recherches en les étendant à la végétation d'une année entière.

Les analyses ont porté sur le Hêtre jeune, âgé de 2 ans au moment où les premières récoltes ont été faites. Ces récoltes eurent lieu tous les vingt ou trente jours, pendant 16 mois, du 11 septembre 1924 au 31 janvier 1926.

Parmi les résultats obtenus, je me bornerai ici à indiquer les quantités relatives d'azote — exprimées pour chaque organe, et à chacun des stades, par la teneur en azote de 100^g de substance sèche — en les réunissant dans les courbes ci-après, et à résumer les faits qui se dégagent de l'examen de ces quantités relatives d'une part et des quantités absolues d'autre part.

Chez le Hêtre jeune, la tige et la racine perdent environ la moitié de leurs substances azotées au moment où se développent les jeunes feuilles; elles en accumulent au contraire, aux dépens des feuilles, lorsque celles-ci jaunissent et se préparent à tomber. Une partie des matières azotées de la tige et de la racine émigre donc, au début de la période active de végétation, pour aller constituer les feuilles, puis revient vers les organes vivaces un peu avant la chute des feuilles. La tige et la racine contiennent ainsi plus de matières azotées en hiver qu'en été. Les variations de la teneur en azote se produisent, au cours de l'année, dans le même sens, et à peu près en même temps chez la tige et chez la racine, mais elles sont d'amplitude plus grande

dans la tige; cette dernière, d'autre part, reste plus riche en azote que la racine pendant presque toute la durée du développement; l'appauvrissement en azote au printemps et l'enrichissement en automne y sont beaucoup plus accentués que dans la racine. Les courbes ci-dessous font apparaître la tige comme jouant le rôle prépondérant dans la mise en réserve des substances azotées.



Courbes de variation du rapport de l'azote à la substance sèche dans les divers organes du Hêtre F., feuille; T., tige; R., racine; P. e., plante entière.

Il y a lieu de remarquer la forte proportion des substances azotées que contiennent les feuilles dès leur apparition, et qu'elles conservent jusqu'en septembre. On comprend l'enrichissement en azote qui se produit chez les organes vivaces aux approches du repos hivernal; il y a bien là un phénomène de mise en réserve; on s'explique moins facilement que les feuilles accumulent, pendant toute la période de leur vie active, trois fois plus d'azote que les autres organes; la richesse des feuilles en chloroplastes paraît insuffisante pour expliquer cette teneur élevée. Les courbes ci-dessus mettent en évidence un fait qui pourra contribuer à élucider cette question : l'excès d'azote que présentent les feuilles par rapport aux organes vivaces est précisément la part d'azote qui abandonne les feuilles au moment du jaunissement automnal.

J'ai exposé antérieurement les raisons qui conduisent à admettre qu'il se produit en automne une véritable évacuation de substances des feuilles vers les organes vivaces. Cette étude des variations de l'azote, au cours de plus d'une année de végétation, dans les divers organes de Hêtres soumis à l'analyse dans leur totalité, montre mieux encore la signification, si discutée,

de la baisse de l'azote qui a lieu en automne dans la feuille, et le rôle qu'elle joue dans l'ensemble du développement d'une plante ligneuse. Cette baisse dans la feuille, corrélative d'une mise en réserve dans la tige et la racine, est la contre-partie du phénomène inverse — diminution dans les organes vivaces et émigration vers les jeunes feuilles — qui se produit au printemps. Ce transport de substances qui a lieu en octobre, des feuilles vers la tige et la racine, est un phénomène particulier à la vie des arbres en automne, c'est bien là une véritable évacuation, comme l'est le transport de substances qui se produit en sens inverse en mai, autre phénomène particulier, lui, à la vie des arbres au printemps.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la constitution de la kirondrine α.* Note de MM. **Volmar** et **Samdahl**, présentée par M. Guignard.

Nous avons indiqué dans une précédente Note [1] la préparation de la kirondrine α à partir des graines de Kirondro (*Perriera madagascariensis*; — *Simarubacées*), sa séparation de la kirondrine β et ses principales propriétés physiques et chimiques. Continuant cette étude, nous nous sommes proposé de déterminer sa composition et les principales fonctions chimiques qu'elle renferme.

1. *Détermination de la formule brute.* — Ne disposant que d'une petite quantité de kirondrine α, nous avons employé la méthode de microanalyse indiquée par Pregl, permettant d'opérer sur quelques milligrammes de substance :

a. La kirondrine α ne renferme ni azote, ni soufre, ni halogènes.

b. Le carbone et l'hydrogène y ont été dosés par microcombustion, et nous avons obtenu les résultats suivants :

C pour 100	59,42	59,54
H »	7,76	7,79

c. Son poids moléculaire, déterminé par microébullioscopie en solution alcoolique, a été trouvé égal à

$$M = 468.$$

Ces résultats nous permettent de lui attribuer la formule brute :

$$C^{24}H^{37}O^{10}.$$

(1) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 393.

	Calculé.	Trouvé (moyenne).
C pour 100	59,35	59,48
H »	7,69	7,77
O »	32,96	32,75
Poids meléculaire	4,85	4,68

2. *Constitution de la kirondrine.* — 1° La kirondrine α donne les principales réactions des alcaloïdes, mais elle ne renferme pas d'azote; elle n'appartient donc pas à ce groupe de substances.

2° Elle réduit à froid, et surtout à chaud, la liqueur de Fehling, elle donne la réaction de Brunner-Petten-Koffer à la bile et à l'acide sulfurique, celles à la phloroglucine et à la résorcine, mais les réactions ne sont pas spécifiques des sucres et se produisent avec la plupart des corps renfermant des fonctions aldéhydiques (vanilline, oxyméthylfurfurol, etc.).

3° Traitée par le chlorhydrate de phénylhydrazine et l'acétate de sodium, soit directement, soit après hydrolyse préalable par l'acide chlorhydrique, elle ne donne pas de glucosazone. Aucune hydrolyse n'a pu être constatée, ni par les acides, ni par l'émulsine; aussi peut-on conclure que la kirondrine α n'est pas un glucoside.

4° La kirondrine α est soluble dans l'eau, et ses solutions aqueuses, neutres aux réactifs colorés, deviennent légèrement acides par ébullition prolongée, ce qui indique qu'elle renferme une fonction anhydride d'acide ou lactone. La coloration jaune foncé qu'elle donne en se dissolvant dans les alcalis et sa disparition par addition d'un excès d'acide montre qu'il s'agit vraisemblablement d'une lactone.

5° La kirondrine réduit, outre la liqueur de Fehling, le réactif de Nessler, l'acide picrique et le nitrate d'argent ammoniacal; ce pouvoir réducteur, qui ne provient pas de la formation de glucose par hydrolyse, est probablement dû à la présence d'une ou plusieurs fonctions aldéhydiques.

6° Elle ne décolore pas le brome à froid en solution chloroformique et ne donne aucune coloration avec le perchlorure de fer : elle ne renferme donc ni double liaison, ni oxhydrile phénolique.

7° Sa fluorescence intense, jaune verdâtre sous l'influence des réactions ultraviolettes et son analogie avec la quassine semblent la rattacher au groupe de l'anthracène.

La trop petite quantité de substance dont nous disposions ne nous a pas permis de déterminer plus complètement sa constitution, mais il nous est possible de déduire des réactions que nous avons étudiées

que la *kirondrine α est un principe amer et toxique, qui n'est ni un alcaloïde, ni un glucoside, mais une lactone, renfermant une ou plusieurs fonctions aldéhydiques*, se rapprochant ainsi des autres substances retirées des Simarubacées : la *simarubine* de Gilling (1), la *samaderine* de Van den Marck (2), l'*ailanthine* de Hooper (3), et surtout la quassine étudiée par Massute (4) et Oliveri et Denaro (5), dont elle se distingue d'ailleurs nettement par la coloration violette qu'elle donne avec l'acide sulfurique concentré.

CHIMIE AGRICOLE. — *Étude du mécanisme des échanges d'ions dans le complexe argile-chaux*. Note (6) de MM. **A. Demolon** et **G. Barbier**, présentée par M. L. Lindet.

L'un de nous a montré (7) le rôle important des colloïdes argileux dans le pouvoir absorbant des sols de limon dont la terre à briques peut être considérée comme la roche mère. Nous étudions ici plus complètement l'évolution du complexe fondamental argile-chaux.

1° *Cas des chlorures alcalins*. — Nous avons opéré sur une argile colloïdale extraite de la terre à briques, ayant fixé 2,66 pour 100 de CaO de l'eau de chaux. Nous avons déterminé les concentrations en CaO dans le liquide (x) et dans l'argile (y) pour une série d'équilibres observés avec un même volume (200^{cm^3}) de solutions équivalentes de KCl, NaCl, $(NH^4)Cl$ au contact de poids variables d'argile ($0^g,25$ à 5^g). La concentration uniforme en sel correspondait à 2 pour 100 de KCl. Des recherches préliminaires nous ont montré que pour des concentrations de cet ordre la chaux déplacée varie assez faiblement avec la concentration saline pour que ce facteur puisse être considéré comme négligeable dans nos expériences. Il n'en serait pas de même au voisinage de 0,1 pour 100.

Les courbes obtenues correspondent aux équations suivantes :

NaCl .... $y = 3{,}09 \times x^{0{,}60}$
KCl .... $y = 1{,}70 \times x^{0{,}43}$
$(NH)^4Cl$ .... $y = 1{,}26 \times x^{0{,}64}$

(1) *Pharm. Journ.*, **2**, 1908, p. 30.
(2) *Arch. der Pharm.*, **239**, 1901, p. 96.
(3) *Pharm. Journ.*, **2**, 1895, p. 345.
(4) *Arch. der Pharm.*, **228**, 1890, p. 147.
(5) *Gazz. Ch. ital.*, **14**, 1884, p. 1.
(6) Séance du 21 février 1927.
(7) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1235, et **183**, 1926, p. 1121.

Le tableau suivant donne le degré de concordance entre les résultats expérimentaux et les chiffres calculés d'après les équations précédentes.

Poids d'argile employés.	Concentrations d'équilibre en CaO dans le liquide en grammes par litre (trouvées). NaCl.	KCl.	NH^4Cl.	dans l'argile (en grammes, pour 100g d'argile). NaCl. trouvées.	NaCl. calculées.	KCl. trouvées.	KCl. calculées.	NH^4Cl. trouvées.	NH^4Cl. calculées.
g 0,250..		0,029	0,032			0,35	0,37	0,13	0,14
0,500..		0,054	0,062			0,52	0,49	0,19	0,21
0,750..	0,075	0,078	0,089	0,67	0,65	0,57	0,57	0,29	0,27
1,000.		0,0975	0,115			0,71	0,63	0,36	0,31
1,5....	0,130	0,140		0,94	0,91	0,79	0,74		
2,0....			0,220					0,46	0,47
2,5....	0,190	0,224	0,266	1,15	1,14	0,87	0,88	0,53	0,54
4,0....		0,336	0,400			0,98	1,05	0,66	0,69
5,0....	0,300			1,47	1,50				

L'échange de l'ion Ca du complexe argile-chaux avec (NH^4)(K)(Na) est donc régi par une formule d'adsorption avec ses diverses conséquences. L'examen des courbes qui se superposent dans l'ordre (NH^4)(K)(Na) indique que le pouvoir décalcifiant décroît dans le même ordre; l'énergie de fixation de ces trois ions varie dans le même sens, avec minimum pour Na.

Le tableau suivant montre mieux la marche de la décalcification pour un même poids (4g) d'argile traité, comme plus haut, avec renouvellements successifs de la solution (200cm³) :

Numéros des passages.	CaO déplacée (en grammes, pour 100g d'argile à l'équilibre). KCl.	NH^4Cl.	NaCl.	HCl.	Acide acétique.
1er.....	1,68	2,00	1,32	2,48	2,35
2e......	}	}		0,18	
				3e pass. : nulle	
5e......	} 0,89	non nulle } 0,60			
10e......	non nulle }				
Au total.	en 10 pass. : 2,57	en 5 pass. 2,60		en 2 pass. : 2,66	

Dans la détermination de la chaux échangeable des sols, on utilise, en général, une solution de (NH^4)Cl (Gedroiz, Hissink), qui nécessite de nombreux passages successifs. En ce qui concerne la chaux liée aux colloïdes argileux, l'acide chlorhydrique dilué (2 pour 100 en vol.) donne pratiquement les mêmes résultats en un seul passage si le rapport argile-solution ne dépasse pas $\frac{1}{100}$.

2° *Action de CO^2 dissous.* — Nous avons montré antérieurement que le bicarbonate de chaux assure la neutralisation théorique de l'argile colloïdale dans une électrode hydrogène où CO^2 est éliminé par le courant d'hydrogène. Cette neutralisation absorbe environ 1 pour 100 du poids d'argile. Les équilibres observés dans l'action d'une solution de $CO^2 \frac{N}{16}$ sur notre complexe argileux ont fourni les résultats suivants :

Poids d'argile.	Volumes de solution.	Concentrations d'équilibre en CaO dans l'argile (y).	dans le liquide (x).
	1° Complexe à 2,67 % CaO.		
6,6 g	135 cm³	1,693	0,478
3,0	125	1,266	0,336
2,0	210	1,043	0,155
1,25	260	0,845	0,088
0,900	310	0,83	0,053
	2° Complexe à 1,16 %.		
2,0	250	0,80	0,029
2,0	570	0,57	0,021
0,75	640	0,45	0,008

La courbe comporte deux branches qui se raccordent au voisinage de la neutralité. Au delà, le rapport $\frac{dy}{dx}$ est petit, c'est-à-dire que la décalcification est intense; en deçà, le même rapport est élevé et correspond à une résistance croissante à la décalcification. Il en résulte en particulier que la méthode d'Hutchinson ne peut assurer la neutralité théorique d'un sol acide que si elle ne renferme pas de CO^2 dissous en excès.

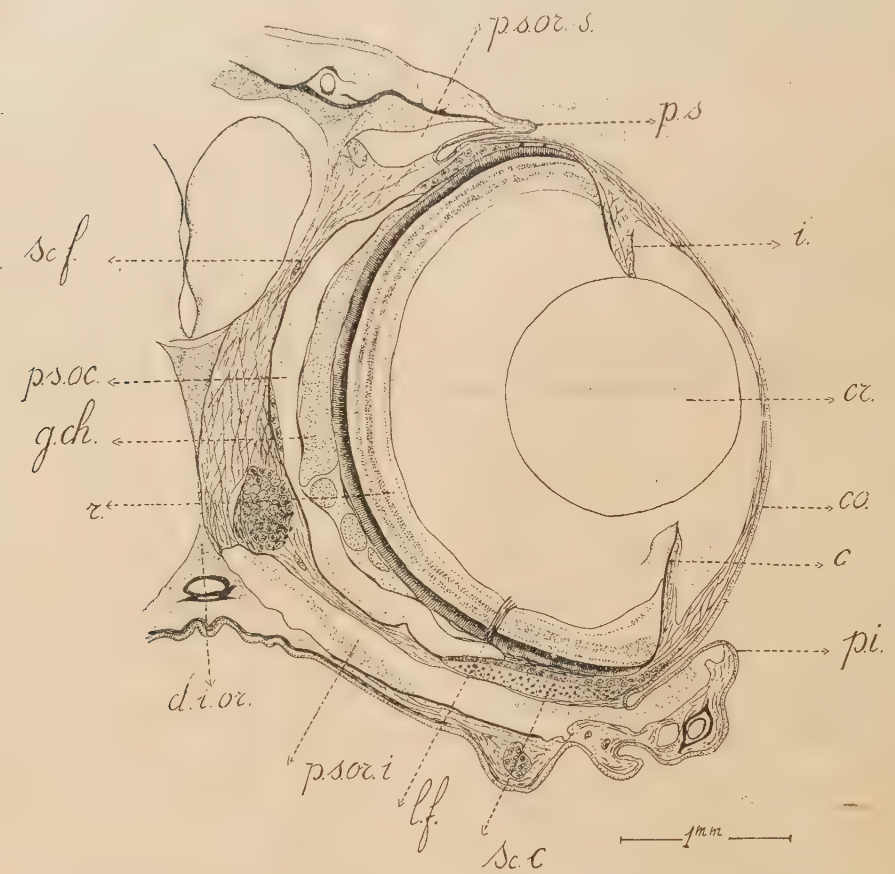
En résumé, grâce aux colloïdes argileux et par voie d'équilibres, la nature tend à ralentir les phénomènes de décalcification au fur et à mesure de leur progression.

ANATOMIE. — *Sur l'existence de poches séreuses dans l'orbite et dans l'œil des Téléostéens.* Note de MM. **A. Rochon-Duvigneaud** et **M.-L. Verrier**, présentée par M. Ch. Gravier.

L'un de nous, en énucléant l'œil d'une grosse truite, fut frappé de la quantité de liquide aqueux qui s'écoula au cours de l'opération. Il crut avoir crevé le globe óculaire qui cependant fut reconnu intact.

Sur des coupes microscopiques comprenant l'œil et la cavité orbitaire nous avons constaté l'existence de cavités séreuses dont le contenu se vide nécessairement quand on incise l'orbite.

Elles sont représentées sur la figure ci-dessous qui montre une coupe



p. s. or. s., poche séreuse orbitaire supérieure; *p. s.*, paupière supérieure; *i*, iris; *cr.*, cristallin; *co.*, cornée; *c*, campanule; *p. i.*, paupière inférieure; *sc. c.*, partie cartilagineuse de la sclérotique; *l. f.*, ligament falciforme; *p. s. or. i.*, poche séreuse orbitaire inférieure; *cl. i. or.*, cloison interorbitaire; *r*, rétine; *g. ch.*, glande choroïdienne; *p. s. oc.*, poche séreuse intraoculaire; *sc. f.*, portion fibreuse de la sclérotique.

vertico-transversale de l'orbite et de l'œil d'un exemplaire de *Salmo fontinalis* long de 55mm. On voit en haut une petite cavité séreuse *p. s. or. s.*, et en bas une seconde beaucoup plus grande *p. s. or. i.* Ces *poches séreuses orbitaires supérieure et inférieure* sont séparées de la sclérotique par leur membrane propre et une petite épaisseur de tissu conjonctif muqueux.

Elles sont largement séparées l'une de l'autre. On ne les rencontre que

sur les coupes verticales; elles manquent sur les coupes transversales, ce qui implique que l'une et l'autre n'occupent qu'un secteur en haut et en bas.

Sur la même figure, on constate l'existence d'une autre cavité séreuse, de même nature que les précédentes, mais située dans l'œil, entre la sclérotique et le lobule vasculaire connu sous le nom de glande choroïdienne (*g. ch.*). Cette *poche séreuse intraoculaire* (*p. s. oc.*) a une étendue considérable : elle répond à toute la portion fibreuse de la sclérotique (*Sc. f.*) qui représente environ les deux tiers postérieurs de cette enveloppe. La poche intraoculaire est uniqne; le nerf optique la traverse, engainé par un feuillet réfléchi de la paroi de la poche. On la trouve aussi bien sur les coupes transversales que sur les verticales.

Structure. — Toutes ces cavités ou poches sont limitées par une fine membrane conjonctive, parfaitement individualisée et paraissant revêtue d'un endothélium.

Contenu. — Sur les coupes, le contenu des poches n'est apparent que sous la forme d'un fin précipité granuleux, dû à l'action des fixateurs (Bouin ou Zenker) sur les substances dissoutes. Le même précipité, moins abondant, se montre dans la chambre antérieure.

Physiologie. — Les poches séreuses semblent disposées pour jouer un rôle de coussinet protecteur pour l'œil quand le poisson subit des pressions considérables. La *glande choroïdienne*, *la poche séreuse intraoculaire* et *la portion souple de la sclérotique* semblent disposées pour jouer synergiquement le rôle d'un appareil élastique sur lequel repose directement la rétine.

Des expériences restent à faire à ce sujet. Le liquide de la poche orbitaire joue un rôle dans la statique du globe. Facilement accessible au fond du repli palpébral inférieur, nous avons pu le ponctionner en ce point chez une carpe vivante : une quantité appréciable de liquide s'est écoulée, et l'œil s'est quelque peu enfoncé dans l'orbite, pour reprendre sa saillie normale au bout d'une demi-heure.

Les deux cavités séreuses orbitaires peuvent enfin fonctionner comme séreuses articulaires dans les mouvements du globe.

Nous avons trouvé une cavité séreuse *intraoculaire* chez les *Salmonides*, les *Cyprins*, chez le *Brochet*, chez *Entelurus æquoreus*, *Callyonyme lyre*, *Cottus bubalis*, *Labrus mixtus*, *Hippocampe*, etc. Les *Cyclostomes*, les *Sélaciens* n'ont pas de cavité séreuse dans la choroïde. Chez le *Poisson lune* un reticulum à larges mailles occupe l'épaisseur de la choroïde.

La poche séreuse *orbitaire* a été trouvée chez tous les Téléostéens dont nous avons examiné l'orbite en coupes microscopiques : *Salmonides*, *Cyprins*, *Periophtalmus Kohlreuteri*. Dans ce dernier les poches orbitaires sont réduites. Elles sont au contraire très développées chez la *Plie*.

Ni dans les Traités généraux, ni dans les monographies signalées soit dans *A Bibliography of Fishes de Bashford Dean*, soit dans le *Zoological Record*, nous n'avons trouvé d'indication sur l'existence de ces cavités

séreuses. Seul R. Wiedersheim, dans son *Manuel d'Anatomie comparée des Vertébrés* (Trad. Moquin Tandon), signale simplement à la page 216 (ligne 4) un *espace lymphatique sous-choroïdien.*

PHYSIOLOGIE. — *Rythme et fréquence respiratoires des animaux soumis à la dépression barométrique.* Note de MM. **Béhague, Garsaux** et **Charles Richet** fils, présentée par M. Charles Richet.

Au cours d'expériences entreprises dans le caisson à vide construit par l'un de nous, nous avons étudié les modifications du rythme et de la fréquence respiratoires sur les lapins soumis à une dépression barométrique croissante et considérable.

Rappelons que le nombre normal de respirations du lapin à la pression de 76^{cm} Hg oscille entre 40 et 70 par minute.

Si l'on abaisse rapidement la pression barométrique jusqu'au point qui entraîne la mort, on observe plusieurs phases successives :

D'abord, une première phase : la *polypnée.*

Cette polypnée, progressive et constante, est pour une pression de 26 à 22^{cm} Hg (correspondant à une altitude de 8000 à 9000^{m}), de l'ordre de 170 à 200 respirations par minute.

Une seconde phase, que nous appellerons *oligopnée.*

Cette oligopnée, également progressive et constante, n'a pas, à notre connaissance, été signalée. Elle fait suite à la polypnée qui diminue progressivement. La fréquence respiratoire repasse à sa valeur normale, puis devient inférieure à celle-ci. A ce moment, la respiration n'est ni superficielle ni très profonde.

Une troisième phase, que nous appellerons *anisopnée.*

Elle précède de peu la mort, bien qu'à ce moment on puisse sauver encore l'animal. Nous ne pouvons affirmer qu'elle soit constante; mais elle est très fréquente. Nous l'avons étudiée dans sept cas. Elle se caractérise par des respirations tantôt à type costal, tantôt à type diaphragmatique, alternant de façon irrégulière, et d'intensité très inégale. Il n'y a plus le synchronisme normal neuro-musculaire des mouvements respiratoires. Cette anisopnée nous paraît différente du rythme périodique décrit par Mosso sur le Mont Rosa.

Comme type de ces diverses phases, voici, très résumée, une expérience (21 décembre) au sujet de laquelle nous ne citons que quelques chiffres. La dépression fut progressive, et l'on atteignit le maximum indiqué en 18 minutes.

Pression barométrique en centimètres Hg.	Altitude correspondante évaluée en mètres.	Nombre de respirations par minute.
50	3300	61
34	6150	95
28	7500	150
23	8800	170
15,5	11500	130
14	12066	100
13,75	12100	90
13,50	12300	75
13	12540	64
12,75	12606	50
12,50	12800	46
12,25	12850	24

A 12^{cm},25 de pression apparaissent des phénomènes de dissociation respiratoire. On recomprime alors très rapidement et l'on sauve l'animal qui, comme d'autres expériences nous l'ont montré, ne peut vivre longtemps à cette phase.

Nous avons également retrouvé ces mêmes périodes chez le chat.

Quand un lapin mourant est recomprimé rapidement, en général on le sauve, et alors on voit la succession inverse des phénomènes. L'anisopnée persiste quelque temps. Puis apparaît l'oligopnée qui, peu à peu, fait place à la polypnée que l'on peut parfois observer pendant les 10 ou 20 minutes qui suivent le retour à la pression ordinaire. Chez certains animaux très asthéniques, nous avons vu l'oligopnée et même, dans un cas, l'anisopnée persister, alors que l'animal était revenu à la pression barométrique normale.

Signalons quatre phénomènes notables :

1° Quand le lapin est à une dépression telle qu'il est en oligopnée, par exemple après un séjour prolongé de 20 minutes à 8000^{m}, on peut aisément le rendre polypnéique. Il suffit de lui donner de l'oxygène. Supprimons l'apport d'oxygène, et nous voyons en quelques instants l'oligopnée reparaître.

2° Lorsque le lapin est en oligopnée et qu'on le laisse à une altitude invariable, on voit peu à peu l'oligopnée s'accentuer : puis apparaît la phase d'anisopnée. L'animal meurt alors quand on ne le ramène pas à une pression supérieure.

3° Quand l'animal est en oligopnée et qu'il fait un effort (ce qui est rare, vu son asthénie), l'oligopnée s'exagère.

4° Quand l'animal est polypnéique et qu'il fait de petits efforts, la polypnée s'exagère. Mais, si on lui fait faire de grands efforts (comme par exemple le travail dans un tambour mobile, jusqu'à épuisement complet), on remarque une diminution de fréquence des mouvements respiratoires : il y a oligopnée passagère.

Dans une de nos expériences, un lapin est soumis à une dépression de 34^{cm} Hg. Au repos il respire 200 fois par minute. On le fait travailler dans un tambour mobile jusqu'à épuisement complet; puis on arrête le travail. Il respire 155 fois par minute, puis 150, puis 128. Puis par le repos le nombre des respirations augmente et revient à 160.

La polypnée est naturellement le phénomène de défense bien connu. Puis, quand l'air est de plus en plus raréfié et que l'animal va succomber, l'oligopnée apparaît, probablement sous l'influence d'un sang dont la teneur en O^2 et CO^2 est très modifiée.

Cette oligopnée est d'interprétation difficile. Peut-être est-ce un phénomène de défense que l'on peut comparer à la bradycardie de la période ultime de l'asphyxie.

Quant à l'anisopnée, c'est-à-dire la dissociation des mouvements respiratoires, elle est sans doute due à une perturbation dans le fonctionnement du centre bulbaire.

ENTOMOLOGIE. — *Les Gyrins subfossiles de Belle-Isle-en-Mer.* Note de M. **Pierre Lesne**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

En 1925 j'ai exploré, au point de vue de sa faune entomologique subfossile, la tourbière sous-marine de l'anse de Ster Vras, à Belle-Isle-en-Mer [1]. Cette tourbière, que l'on considère comme datant de l'époque néolithique (Gadeceau, 1918, 1919), a été exploitée au cours de la guerre et n'existe plus qu'à l'état de lambeaux. L'un de ceux-ci, situé contre le bord méridional de l'anse, au niveau des basses mers d'eau moyenne, permet de constater que, sur un substratum argileux, repose une couche de tourbe franchement argileuse, peu clivable, caractérisée par la présence de débris de *Phragmites*. Cette couche représente le dépôt marginal et profond de la tourbière. En se rapprochant de l'axe de l'anse, on

---

[1] La flore subfossile de la même tourbière a été étudiée par E. Gadeceau (1916-1919).

la trouve remplacée en surface par une tourbe non ou faiblement argileuse, clivable, riche en tiges d'une Mousse subaquatique, le *Fontinalis antipyretica* L. ([1]). On observe aussi des noyaux d'une tourbe dans laquelle abondent les fragments ligneux et dont je n'ai pu définir les rapports avec les couches précédentes.

Les différentes couches tourbeuses de Ster Vras m'ont fourni d'assez nombreux débris de Coléoptères aquatiques du genre *Gyrinus*, parmi lesquels 78 débris d'élytres ont pu être identifiés. Les sept formes spécifiques ou subspécifiques que j'ai reconnues se répartissent comme il suit :

	Couche				
Espèces et sous-espèces.	à *Phragmites*.	à *Fontinalis*.	à fragments ligneux.	indéterminée.	Totaux.
Gyrinus minutus F.	2	4	"	"	6
» *bicolor priscus* n. subsp.	8	5	1	3	17
» *elongatus neolithicus* n. subsp.	8	2	"	6	16
» *bic. priscus* ou *elong. neolithicus*.	3	"	"	3	6
» *elongatus* Aubé, forma typica.	"	1	"	1	2
» *natator* L.	"	1	"	"	1
» *vindilicus* n. sp.	2	"	"	"	2
» *Suffriani* Scriba.	4	15	4	5	28
	27	28	5	18	78

Parmi les éléments de la caractéristique des débris figurent les dimensions relatives des pores de l'élytre, pores qui sont de deux sortes : les uns (macropores), plus gros et moins nombreux, n'existent en général que par un, deux ou trois de front sur un même interstrie ; les autres (micropores), beaucoup plus petits, ont un diamètre pouvant équivaloir au dixième de celui des macropores et forment un semis plus ou moins dense sur les mêmes interstries.

A l'époque du dépôt de la tourbe à *Phragmites*, c'est-à-dire durant le premier âge de la tourbière, le marais de Ster Vras était habité par cinq espèces de *Gyrinus* parmi lesquelles figurait une forme toute particulière (*G. vindilicus*) aujourd'hui éteinte. Les espèces dominantes étaient les *G. bicolor* et *G. elongatus*, représentées par des races éteintes caractérisées toutes deux par des macropores élytraux notablement plus grands que chez les formes correspondantes actuelles. Il est intéressant de noter que l'une de ces races (*G. elongatus neolithicus*) était aussi celle qui habitait vers la

([1]) Détermination de M. P. Allorge.

même époque les marais du littoral malouin et ceux du confluent de la Seine et de la Marne (Lesne 1925). Les *Gyrinus Suffriani* et *G. minutus* existaient également à cette époque à Ster Vras.

Au cours de la phase contemporaine du dépôt de la tourbe à *Fontinalis,* le marais de Ster Vras est alimenté par des eaux plus claires que pendant la phase précédente. Le *Gyrinus vindilicus* semble avoir disparu et, si les *G. bicolor priscus* et *G. elongatus neolithicus* s'y rencontrent toujours, ce ne sont plus eux qui dominent mais le *G. Suffriani* mêlé à quelques *G. minutus.* A cette époque se montrent le *G. elongatus* sous sa forme actuelle et le *G. natator,* le Gyrin le plus commun de l'Europe occidentale dans la faune actuelle.

L'abondance relative des Gyrins subfossiles de Belle-Isle, comparée au peu de fréquence des mêmes insectes dans la faune actuelle de l'île, où ils ne semblent être représentés que par le seul *G. elongatus*, est un fait parallèle à celui constaté par Gadeceau (1919), à savoir l'appauvrissement marqué de la flore aquatique de Belle-Isle depuis l'époque du dépôt de la tourbe.

Cet appauvrissement peut s'expliquer soit par l'influence indirecte de l'homme, soit par une réduction des précipitations atmosphériques; mais il est probable que la dernière oscillation positive du niveau marin, celle qui postérieurement à l'époque monastérienne a abouti à l'état de choses actuel, en fournit la meilleure explication. Cette oscillation dont l'amplitude a atteint une trentaine de mètres (Kerviller 1893, Ch. Barrois 1896, E. Chaput 1924, A.-P. Dutertre 1924), succédait en effet à une phase négative ayant amené une surrection des terres suffisante pour rattacher Belle-Isle au continent [1], pour y permettre l'établissement de collections d'eaux pérennes assez importantes et pour donner accès aux espèces habitant les terres voisines. On comprend qu'une immigration continue de formes continentales se produisant alors sur l'étroit territoire insulaire où vivaient encore des espèces relictes, comme cela paraît avoir été le cas pour le *Gyrinus vindilicus*, ait pu amener la disparition de ces dernières. La transgression postmonastirienne survenant ensuite, transgression dont l'effet ne pouvait qu'être aggravé par l'action de l'homme (déboisement, drainage), l'étendue des bassins hydrographiques était devenue trop faible pour permettre à ceux-ci de collecter des eaux pérennes capables d'héberger les peuplements dulçaquicoles de l'époque précédente.

---

[1] L'existence de monuments mégalithiques en granulite à Belle-Isle-en-Mer vient à l'appui des données fournies par la géologie.

ZOOLOGIE. — *Le cycle reproducteur annuel de* Dodecaceria concharum *au Portel. La Schizométamérie.* Note (¹) de M. **Armand Dehorne**, présentée par M. F. Mesnil.

J'ai signalé (²), chez la *Dodecaceria* du Portel des phénomènes de schizogenèse comportant l'émiettement des métamères de la région moyenne, dont chacun, à lui seul, reproduit un individu complet.

Du début de mars jusque vers la mi-juillet, pas de scissiparités; mais, vers le 20 juillet, elles réapparaissent et sont de plus en plus nombreuses jusqu'à la fin de septembre. Dans la galerie où un individu vient de faire de la schizométamérie, on trouve : 1° de 7 à 12 schizozoïtes, dont quelques-uns peuvent n'être encore qu'à l'état de simples schizométamères; 2° la région thoracique de l'adulte, devenue indépendante, et qui est en train de reconstituer l'animal entier; 3° la région caudale en régénération. Cela fait jusqu'à 14 individus, parmi lesquels le plus grand nombre se creuseront, à partir de la galerie originelle, un tube individuel dans le calcaire.

Dans la schizométamérie, comme dans la multiplication asexuée des Naïdimorphes (Lucienne Dehorne, 1916), le plan de scissiparité passe en arrière du dissépiment, qui fournit les éléments histogénétiques de la cicatrisation et du bourgeonnement. Au niveau où la musculature longitudinale se coupe, on trouve des fuseaux myolytiques analogues à ceux que j'ai déterminés chez *Nereis*. Chaque schizométamère renferme une paire de petites gonades. On rencontre encore des scissiparités au début de l'hiver, bien qu'elles commencent à se raréfier; à la fin de février, on n'en voit plus. On rencontre alors à cette époque : 1° quelques adultes avec gonades entrées en activité et contenant des *Gonospora* cœlomiques, ils donneront plus tard des formes épitoques; les individus femelles sont en général surchargés de pigment (type mélanisé); un exemplaire, au début de la spermatogenèse, parasité par *Gonospora*, montrait en outre, en février, dans l'épithélium digestif, des stades schizogoniques d'un sporozoaire non identifié; — 2° une proportion élevée de plus jeunes individus de teinte claire, produits de la schizométamérie. Ils ne renferment pas de grégarines cœlomiques et produisent des éléocytes; souvent un grand nombre de segments sont encore dépourvus de ces derniers, et beaucoup d'éléocytes renferment peu de gra-

(¹) Séance du 21 février 1927.

(²) A. Dehorne, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 143.

nulations ou point. Ces individus vont présenter de la schizométamérie pendant la deuxième partie de l'année et n'hébergeront alors pas non plus de *Gonospora*.

L'épitoquie débute en juin et juillet pour donner des formes nageuses à la fin d'août et jusque vers le 15 septembre. Reproductions sexuée et asexuée sont donc en coïncidence. Il semble bien que les individus devenant épitoques sont uniquement des parties antérieures et postérieures régénérées d'exemplaires ayant fait de la scissiparité l'année précédente. Comme Caullery et Mesnil [1] l'ont montré, les individus épitoques renferment *Gonospora longissima* qui donne des spores dans le même temps que l'hôte est rempli d'ovules ou de spermatozoïdes. Ce synchronisme reproducteur constitue peut-être une preuve indirecte que les formes épitoques ne survivent pas à l'aventure nuptiale. Quoi qu'il en soit, le fait que les individus à schizométamérie ne renferment pas de *Gonospora* indique chez eux un chimisme bien différent de celui des formes précédentes dans lesquelles le gonocœle renferme un milieu de culture aussi favorable aux parasites qu'aux éléments génitaux. Une seule fois, j'ai étudié un exemplaire préépitoque mâle sans grégarines cœlomiques. J'ai parfois trouvé, en juillet, des individus préépitoques singuliers dans lesquels la région moyenne seule était devenue extrêmement gracile et avait perdu toute apparence segmentée; les téguments, surtout diminués par la réduction considérable de la musculature, étaient acccolés au tube intestinal. C'est le résultat d'une histolyse de même ordre que celle qui prélude à la schizométamérisation, mais elle agit seule ici et n'est pas accompagnée d'histogenèse bourgeonnante. Il est remarquable que ce travail a lieu précisément dans la région qui, chez les formes scissipares, se disloque en schizométamères.

Ainsi que l'ont bien vu Caullery et Mesnil, les éléocytes s'allègent de leurs granulations pendant la préparation des produits génitaux et redeviennent des amibocytes, plus exactement des choanoleucocytes avec centrosphère.

Jusqu'à plus ample informé, les rochers kimméridgiens de l'Heurt, au Portel, sont la seule station où *Dodecaceria* se reproduit asexuellement par schizométamérie. C'est aussi la seule station connue où l'animal habite un calcaire de cette nature; ailleurs, *Dodecaceria* vit presque toujours dans l'épaisseur du *Lithothamnion* et ne présente pas alors de scissiparité. Or *Dodecaceria* ne me paraît pas seulement être calcicole, elle est certainement

---

[1] Caullery et Mesnil, *Annales Univ. Lyon*, 1898, fasc. 39.

aussi calcivore. Dans ces conditions, il semble vraisemblable d'attribuer à la nature chimique de ce calcaire bleuâtre, plus ou moins marneux, les causes déterminantes de la schizométamérie. Peut-être d'autres raisons moins apparentes entrent-elles aussi en jeu, mais je crois que la composition de la roche alimentaire constitue le facteur principal.

Il existe donc jusqu'ici pour *Dodecaceria* : 1° *Un faciès lithothamnien* (anse Saint-Martin, Manche) avec les modalités de reproduction sexuée décrite par Caullery et Mesnil, mais sans phénomènes de schizométamérie : 2° *un faciès kimméridgien* (rochers de l'Heurt, Le Portel, Pas-de-Calais) caractérisé par de la schizométamérie qu'on rencontre depuis la fin de juillet jusqu'en février.

EMBRYOGÉNIE EXPÉRIMENTALE. — *Les gonocytes primaires chez les embryons de Crapauds issus d'œufs soumis à une surmaturation utérine.* Note de M. **Louis Bounoure**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Des expériences effectuées sur *Rana temporaria* nous ont montré que l'histoire des gonocytes primaires n'était point modifiée par l'état de surmaturation de l'œuf d'où provient l'embryon (1). Nous n'avons donc pu confirmer les résultats annoncés par Kuschakewitsch et par Witchi pour qui, chez les embryons de Grenouille issus d'œufs surmaturés, l'ébauche génitale constituée par les gonocytes primaires n'existerait point et ferait place à une gonade paire de formation mésodermique.

Nous avons fait remarquer à ce propos que la Grenouille se prête mal à des expériences de surmaturation ovulaire *in utero* : sa ponte est trop rapide pour qu'on puisse aisément l'interrompre, et quand on tente de réaliser une rétention utérine des ovules, on ne peut, généralement, évaluer la durée de cette rétention, faute de savoir à quel moment la femelle, normalement, eût pondu ses œufs. Aussi, pour étudier plus rigoureusement, les effets de la surmaturation *in vivo*, nous nous sommes adressé à une autre espèce d'Anoures, plus favorable, le Crapaud commun, *Bufo vulgaris* Laur.

Justement Mlle S. Perle a fait récemment une étude attentive de l'origine des premiers gonocytes dans le développement normal du Crapaud (2);

(1) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 401-403.
(2) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 303-304.

et confirmé, entre divers avis opposés, les observations de H. King (1908) et de Beccari (1924). Les gonocytes sortent de l'endoderme pour constituer une ébauche génitale dorsale, ultérieurement dédoublée. Les faits sont donc identiques dans toute l'étendue de la classe des Anoures.

On sait d'autre part que la femelle du Crapaud pond, accouplée, un long cordon glaireux où les œufs sont englobés. L'expulsion de ce cordon dure 2 ou 3 heures, quelquefois davantage. On peut donc faire aisément l'expérience suivante :

Une femelle de Crapaud commençant à pondre est séparée du mâle. On coupe, au ras de l'anus, le cordon d'œufs déjà pondu, et l'on passe à l'animal, autour des lombes, immédiatement au-dessus de l'ouverture anale, un lien de caoutchouc assez serré, qui s'oppose à l'expulsion des ovules encore contenus dans les utérus; sans cette ligature, la ponte continuerait sans interruption, même en l'absence du mâle. L'expérience ne peut être prolongée très longuement : outre que les membres postérieurs de l'animal deviennent le siège d'un œdème volumineux, les utérus se remplissent bientôt de liquide, la gangue des ovules se gonfle et les ovules eux-mêmes subissent des altérations qui ne permettent plus la fécondation. Nous avons pu prolonger la rétention ovulaire pendant 31 heures; au bout de ce temps, qui nous a paru un maximum, un nombre suffisant d'ovules, prélevés dans les utérus, ont pu être fécondés et nous ont donné des embryons normaux.

Nous avons suivi de près le développement de la première ébauche génitale chez ces embryons à partir du stade de 6^{mm}, où nous avons trouvé les premiers gonocytes. A stade, ces éléments sont en partie rassemblés à l'extrême bord dorsal de l'endoderme, et l'ébauche ainsi constituée commence, par endroits, à s'isoler de ce bord. Mais beaucoup de gonocytes sont encore situés çà et là, parmi les cellules vitellines, de part et d'autre de la lumière archentérique; ils offrent déjà, nettement reconnaissables, leurs caractères habituels : gros noyau clair, oxychromatique, renfermant deux ou trois gros nucléoles, plaquettes vitellines larges et remplissant tout le corps cellulaire. Il y a seulement à signaler ici, dans ces cellules, l'abondance assez frappante d'un pigment noir, au sujet duquel toute interprétation doit être provisoirement réservée. La formation du cordon génital et l'évolution de cette ébauche se poursuivent en tout point comme chez les embryons issus de ponte naturelle.

Conclusion. — En se reportant aux résultats de nos recherches sur *Rana temporaria* et y ajoutant ceux, pareillement négatifs, de nos expériences sur *Bufo vulgaris*, on devra conclure, d'une façon générale, que la surmaturation de l'œuf ne modifie en rien, chez l'embryon, l'apparition des gonocytes primaires et la formation de la première ébauche génitale. Dans tous nos

essais pour réaliser, tant *in vitro* que *in vivo*, la surmaturation ovulaire, nous avons vu les premiers éléments germinaux sortir, comme d'habitude, du vaste réservoir de cellules vitellines, à destinations diverses, que représente l'endoderme.

C'est donc à tort, selon nous, que l'on a invoqué l'influence de la surmaturation et qu'on est revenu, dans ce cas, à la thèse de l'origine mésodermique des premières cellules germinales; même chez les embryons issus d'œufs surmaturés, ces premières cellules ne sortent point d'un feuillet qui a des destinations somatiques précises et déjà morphologiquement accusées. Il n'y a donc point là d'exception qui puisse servir d'argument contre l'idée d'une séparation précoce du germen et du soma.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Quelques observations sur la fermentation dite élective.* Note de MM. **A. Fernbach**, **M. Schoen** et **Motohichi Mori**, présentée par M. Roux.

Dans une Note antérieure (¹), nous avons étudié la marche de la fermentation par diverses levures du dextrose et du mannose rendus optiquement inactifs par l'action des alcalis dilués. Les différences observées d'une levure à l'autre se retrouvent-elles lorsque, au lieu d'employer la levure vivante, on s'adresse à la diastase alcoolique, telle qu'elle se trouve dans la levure traitée par l'acétone et l'éther, suivant la technique indiquée par Albert, Buchner et Rapp (²)?

Voici ce que l'expérience nous répond :

La *zymine* préparée avec la levure de bière de fermentation basse se comporte, au début de son action et par la rotation qu'elle fait apparaître, de la même manière que la levure vivante dont elle provient. Toutefois, nous n'avons pas pu pousser la transformation aussi loin qu'avec la levure vivante; de telle sorte que la fermentation s'arrête bien avant la disparition totale du sucre fermentescible et que, dans les conditions de nos expériences, nous n'avons pas pu atteindre le stade où se révèle la présence d'un sucre réducteur infermentescible.

Avec la zymine provenant de la levure de Sauternes, on observe encore le même effet qu'avec cette levure vivante, à la vitesse près. Mais les résul-

---

(¹) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 168.

(²) R. Albert, Ed. Buchner et R. Rapp, *Herstellung von Dauerhefe mittels Aceton* (*Berichte d. deutsch. chem. Ges.*, 35, 1902, p. 2376).

tats sont tout différents lorsqu'on emploie soit le *Saccharomyces exiguus* (Rees-Hansen), soit le *Schizosaccharomyces Pombe*. En partant de ces deux levures, qui à l'état vivant font prendre à la solution sucrée optiquement neutre une rotation gauche, nous avons obtenu des zymines qui font apparaître une rotation droite. Il faut noter en outre que, au point de vue de l'activité, ces zymines, comme celle que nous avons préparée avec la levure de Sauternes, sont inférieures à la zymine provenant de la levure de bière.

Si l'on fait agir ces diverses zymines sur le sucre interverti, on obtient des résultats qui sont d'accord avec ceux que nous venons d'indiquer : avec la zymine de la levure de bière, la rotation gauche augmente parce que, au début de l'action, c'est surtout du dextrose qui disparaît; avec les autres zymines, la rotation gauche diminue, parce que c'est surtout du lévulose que la fermentation fait disparaître d'abord.

Les faits qui viennent d'être signalés conduisent à remettre en question tout le problème de la fermentation dite *élective*. Tant qu'on n'a abordé ce problème qu'en employant des levures vivantes, on a pu penser que les inégalités dans la vitesse de disparition des divers sucres d'un mélange étaient dues à des différences dans la résistance que l'enveloppe de la cellule de levure oppose au passage de ces divers sucres. Cette interprétation n'est plus admissible en présence des résultats obtenus avec les zymines. On pourrait admettre, avec Bourquelot ([1]), que la fermentation élective dépend essentiellement de la différence de résistance des divers sucres à la levure; ce qui revient, avec les notions actuelles, à dire que le pouvoir électif d'une levure tient à ce que la zymase qu'on peut en extraire ne fait pas fermenter tous les sucres avec la même vitesse.

Toutefois, il resterait encore à expliquer pourquoi ce pouvoir électif varie d'une levure à l'autre. A l'heure actuelle, il est difficile d'admettre, comme Duclaux ([2]) en a suggéré l'idée, que chaque sucre exige pour fermenter l'intervention d'une zymase particulière; car le pouvoir électif d'une levure donnée peut être modifié par les conditions dans lesquelles on la fait agir. Parmi les facteurs qui peuvent jouer un rôle dans cette modification, on peut citer : les changements dans la température et dans la concentration des sucres [Bourquelot] ([3]), les changements dans la réaction du milieu

---

([1]) Em. Bourquelot, *Recherches sur la fermentation alcoolique d'un mélange de deux sucres* (*Ann. de Chim. et de Phy.*, 6e série, 9, 1886, p. 245).

([2]) E. Duclaux, *Traité de Microbiologie*, 3, p. 258.

([3]) Em. Bourquelot, *loc. cit.*

[Fernbach et Schiller] ([1]), le traitement de la levure par l'acétone et l'éther (cas du *Sacch. exiguus* et du *Schizosacch. Pombe*, signalé ci-dessus).

Peut-être faudrait-il admettre alors que le pouvoir électif est sous la dépendance directe des substances qui accompagnent la zymase, substances dont la nature et les proportions sont modifiables par les facteurs auxquels il vient d'être fait allusion. C'est dans cette voie que nous nous proposons de diriger de nouvelles expériences.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le ferment protéolytique du* Bacillus subtilis. Note de M. A. **Marxer**, présentée par M. Henneguy.

De multiples travaux ont montré la possibilité de faire varier, en fonction de la composition du milieu de culture, la quantité et les propriétés des diastases sécrétées par les microorganismes.

Nous nous sommes proposé de préciser l'influence de la constitution des milieux sur la production et les caractères du ferment protéolytique élaboré par le *B. subtilis*.

1° *Quantité produite.* — Dans les milieux de culture habituels (bouillon, eau peptonée, gélatine) la production de ferment protéolytique est insignifiante. Il n'en est pas de même si le bacille est cultivé sur une décoction de son faite à 4 pour 100 dans l'eau ordinaire et additionnée d'une solution normale de soude jusqu'à réaction alcaline au tournesol. Après une croissance de 3 à 8 jours, le pouvoir protéolytique mesuré par la rapidité de solubilisation d'une même protéique (caséine, par exemple) est au moins 300 fois plus élevé que dans la culture sur milieux ordinaires.

2° *Sensibilité à la dessiccation.* — La valeur protéolytique de la solution ainsi obtenue ne reste pas stable; mais on obtient un produit d'activité stable par dessiccation. Toutefois l'obtention de telles préparations nécessite certaines précautions; la dessiccation doit être faite à 30° et dans le vide. Si, tout en conservant la température de 30°, on opère à l'air, ou si la dessiccation est poursuivie à 50°, l'activité protéolytique est diminuée.

3° *Action comparée sur diverses substances protéiques.* — L'étude faite dans des conditions identiques, sur diverses matières protéiques (gélatine, caséine, poudre de peau) ne donne pas toujours des résultats parallèles pour toutes

([1]) A. Fernbach et N. Schiller, *Du rôle de la réaction du milieu dans la fermentation élective* (*Comptes rendus*, 178, 1924, p. 2196).

les préparations. En particulier, tantôt l'action digestive est plus intense sur la gélatine que sur l'ensemble des albumines de la peau et tantôt c'est l'inverse. On observe exactement les mêmes faits dans l'étude des ferments du pancréas. On ne saurait donc conclure pour une préparation donnée à l'intensité d'une action protéolytique sur une substance protéique de son pouvoir sur une autre.

4° *Température optima.* — La température optima d'action réside entre 37 et 39°, exactement comme pour la trypsine pancréatique.

5° *Réaction optima.* — L'activité du ferment, obtenu comme il a été précédemment indiqué, est favorisée par une réaction alcaline comme c'est le cas pour la trypsine. Mais nous avons pu constater qu'il était possible de faire varier considérablement la réaction optima en modifiant le milieu. Sur milieu alcalin, les ferments ont leur optimum d'action pour un pH qui s'étend de 4,0 à 7,8, alors que pour les ferments élaborés sur un milieu renfermant par 100^{m^3}, 0^{cm^3},06 d'une solution normale d'acide phosphorique l'optimum se place de pH = 7,8 à pH = 13,0.

PATHOLOGIE. — *Le cancer expérimental du poumon.* Note de MM. **Maurice Letulle** et **Louis Vinay**, présentée par M. Quénu.

Au cours de recherches entreprises sur le cancer expérimental, nous avons été amenés à injecter diverses substances modérément irritantes, en plein tissu pulmonaire, chez différents animaux, en particulier le lapin et la chèvre.

Notre but était d'obtenir des lésions inflammatoires chroniques, itératives, avec réactions hyperplasiques des épithéliums respiratoires, après une survie prolongée de l'animal.

Notre choix s'est fixé sur une solution de glycogène additionnée d'acide lactique, en faible proportion (0,40 pour 100). Le mélange est injecté, par petites doses et plusieurs mois durant, à la fois dans le poumon et sous les téguments.

Dans ces conditions, on obtient, à coup sûr, au bout de plusieurs semaines et après plusieurs injections (15 à 20), des îlots de sclérose pulmonaire bien circonscrits. Le tissu cicatriciel envahit toutes les cavités aériennes de la région blessée, en produisant des mutilations profondes de l'armature élastique des poumons.

Parmi les amas de tissu inodulaire, on découvre presque toujours, des

nodules composés de boyaux épithéliaux désordonnés dont l'aspect, pour ainsi dire constant, rappelle de la façon la plus saisissante les végétations rameuses d'un cancer primitif du poumon humain.

Les deux figures ci-après représentent, d'une manière très exacte, les traits de nos îlots carcinoïdes.

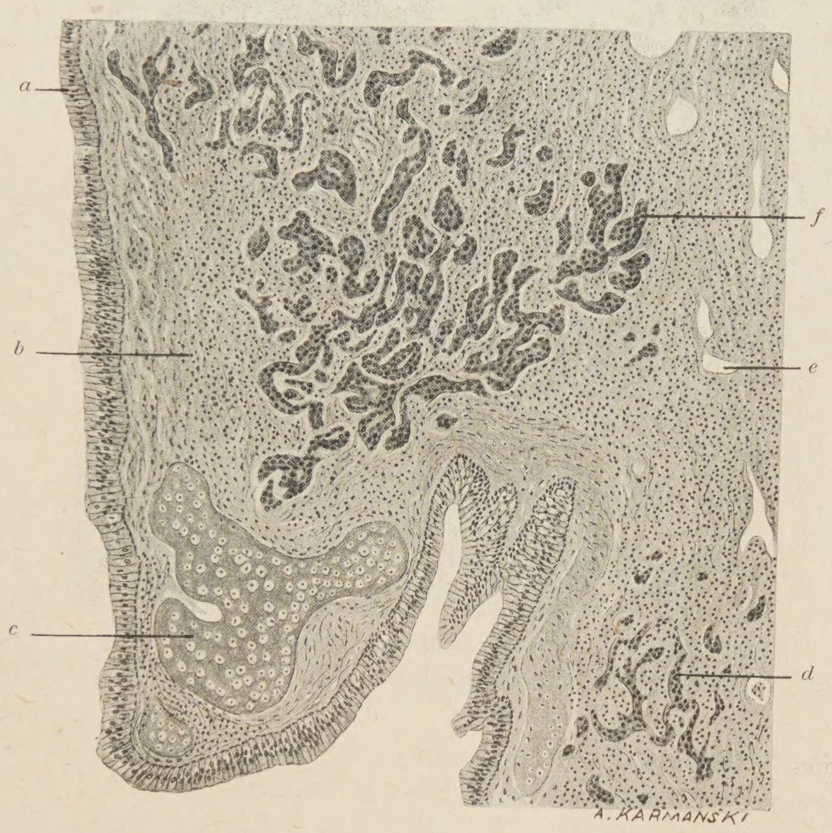


Fig. 1. — Le nodule carcinoïde. Boyaux épithéliaux d'aspect cancéreux, bourgeonnant au sein d'un placard de sclérose pulmonaire (lapin). Grossis. $\frac{80}{1}$.

On voit la formation de nodules épithéliaux inclus en plein tissu scléreux, au voisinage d'une bronche. Les coulées cellulaires tracent des sinuosités désordonnées étroitement enserrées par un tissu fibroïde encore jeune.

La figure 1 met en valeur les boyaux épithéliaux de nouvelle formation : volumineux, polymorphes, les éléments proviennent d'une exubérante prolifération du revêtement épithélial des alvéoles pulmonaires.

Sur la figure 2, apparaissent, vus à un fort grossissement, les détails des néoformations carcinomatoïdes : les cellules métaplasiques sont atypiques,



Fig. 2. — Les boyaux épithéliaux métaplasiques; karyokinèses abondantes et désordonnées. Grossis. $\frac{550}{1}$.

énormes ; développées à la suite les unes des autres, elles présentent de très nombreuses divisions karyokinétiques désordonnées.

Ce sont les caractères morphologiques du carcinome squirrheux; les métastases, vasculaires, ganglionnaires ou séreuses nous font encore défaut.

La séance est levée à 15h50m.

E. P.